Macroeconomía Avanzada 1. Tema 5. Los ejercicios 1,2,3,4
Ejercicio 1
El modelo de Friedman-NAIRU en tiempo continuo e ilusión monetaria

La curva de oferta viene dada por

$$\pi(t) = h\pi^e(t) - \beta(u(t) - \bar{u}) \tag{1}$$

Para poder calcular la tasa de paro y la tasa de inflación en equilibrio falta ecuación de la demanda agregada. En el modelo de Friedman-NAIRU demanda agregada en terminos de tasa de paro viene dada por

$$\dot{u}(t) = -k(m - \pi(t)) \tag{2}$$

Para obtener el sistema de 2 ecuaciónes differenciales (como estamos en tiempo continuo) tenemos que utilizar la definition de *expectativas adaptivas* (que viene como la condition del ejercicio):

$$\dot{\pi}^e(t) = \lambda(\pi(t) - \pi^e(t)) \tag{3}$$

Ahora utilizamos (1),(2) y (3) para construir el sistema de 2 ecuaciónes differenciales en $\dot{\pi}^e$ y $\dot{u}(t)$. Sustituimos $\pi(t)$ dada en (1) en (2) y (3).
Sustituyendo (1) en (2):

$$\dot{u}(t) = -k(m - (h\pi^e(t) - \beta(u(t) - \bar{u})))$$

Sustituyendo (1) en (3):

$$\dot{\pi}^e(t) = \lambda(h\pi^e(t) - \beta(u(t) - \bar{u}) - \pi^e(t))$$

Hemos obtenido el sistema:

$$\begin{aligned} \dot{\pi}^e(t) &= \lambda(h\pi^e(t) - \beta(u(t) - \bar{u}) - \pi^e(t)) \\ \dot{u}(t) &= -k(m - (h\pi^e(t) - \beta(u(t) - \bar{u}))) \end{aligned} \tag{*}$$

en las variables $\pi^e(t)$ y $u(t)$.
Para poder analizar el sistema obtenida ponemos todos terminos que contienen las variables a parte de la derecha de ecuaciónes y todos terminos que son constantes con en tiempo en parte a la izquerda de ecuacion:

$$\begin{aligned} \dot{\pi}^e(t) - \lambda h\pi^e(t) + \lambda\beta u(t) + \lambda\pi^e(t) &= \lambda\beta\bar{u} \\ \dot{u}(t) - kh\pi^e(t) - k\beta u(t) &= -km + k\beta\bar{u} \end{aligned}$$

El sistema en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\pi}^e \\ \dot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda(1-h) & \lambda\beta \\ -kh & k\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi^e \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\beta\bar{u} \\ -km + k\beta\bar{u} \end{bmatrix} \tag{**}$$

Las **integrales particulares** podemos obtener imponiendo la condición

$$\dot{\pi}^e = 0$$
$$\dot{u} = 0$$

que significa que las variables no cambian con el tiempo. Denotamos los valores de las variables $\pi^e(t) = \pi^e_p$ y $u(t) = u_p$ cuando cumple esta condición. Dado esta condición reescribimos el sistema (*):

$$\begin{aligned} 0 &= \lambda(h\pi^e_p - \beta(u_p - \bar{u}) - \pi^e_p) \\ 0 &= -k(m - (h\pi^e_p - \beta(u_p - \bar{u}))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= \lambda(h-1)\pi^e_p - \lambda\beta(u_p - \bar{u}) \\ 0 &= -km + k(h\pi^e_p - \beta(u_p - \bar{u})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_p &= \bar{u} - \frac{(1-h)\pi^e_p}{\beta} \\ 0 &= -km + k(h\pi^e_p - \beta(\frac{\lambda(h-1)\pi^e_p}{\beta} + \bar{u} - \bar{u})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_p &= \bar{u} - \frac{(1-h)\pi^e_p}{\beta} \\ 0 &= -km + k(h\pi^e_p + \lambda(1-h)\pi^e_p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_p &= \bar{u} - \frac{(1-h)\pi^e_p}{\beta} \\ 0 &= -km + kh\pi^e_p + k\lambda\pi^e_p - kh\pi^e_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi^e_p &= m \\ u_p &= \bar{u} - \frac{(1-h)m}{\beta} \end{aligned}$$

Las integrales particulares definen los valores de las variables a las cuales el sistema converge a lo largo del tiempo en el caso en el que el sistema es estable y converge.

Para analizar la convergencia del sistema tenemos que considerar la ecuación caracteristica del sistema.

La ecuación caracteristica viene dada en forma

$$|rI + K| = 0$$

donde las matrices I y K vienen de la forma matricial del sistema (**):

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} \lambda(1-h) & \lambda\beta \\ -kh & k\beta \end{bmatrix}$$

La **ecuación caracteristica** *en tiempo continuo* en este caso:

$$\left| r \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda(1-h) & \lambda\beta \\ -kh & k\beta \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda(1-h) & \lambda\beta \\ -kh & k\beta \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} r+\lambda(1-h) & \lambda\beta \\ -kh & r+k\beta \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\begin{aligned} (r+\lambda(1-h))(r+k\beta) + k\lambda\beta h &= 0 \\ r^2 + (\lambda(1-h)+k\beta)r + \lambda(1-h)k\beta + k\lambda\beta h &= 0 \end{aligned}$$

Teorema de Raugh:

$$\begin{aligned} (\lambda(1-h)+k\beta) &> 0 \\ \lambda(1-h)k\beta + k\lambda\beta h &> 0 \end{aligned}$$

(dado las condiciones iniciales: $0 < h < 1$, $k > 0, \beta > 0, \lambda > 0$).
Entonces el sistema converge a lo largo del tiempo a las integrales particulares:

$$\lim_{t\to\infty} \begin{pmatrix} \pi_t^e \\ u_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ \bar{u} - \frac{(1-h)m}{\beta} \end{pmatrix}$$

Dado los valores de variables a cuales el sistema converge, podemos analizar el efecto de politica monetaria a lo largo del tiempo. Un aumento inesperado de la oferta de dinero implica un aumento en tasa de inflación expectativa *y una disminución en tasa de paro* $u_t = \bar{u} - \frac{(1-h)m}{\beta}$. Entonces la politica monetaria tiene efecto real (afecta u_t) en este caso.

Ejercicio 2
El modelo de Friedman-NAIRU en tiempo continuo e ilusión monetaria

La curva de oferta viene dada por

$$\pi_t = h\pi_t^e - \beta(u_t - \bar{u}) \tag{1}$$

Para poder calcular la tasa de paro y la tasa de inflación en equilibrio falta ecuación de la demanda agregada. En el modelo de Friedman-NAIRU demanda agregada *en tiempo discreto* en terminos de tasa de paro viene dada por

$$u_t - u_{t-1} = -k(m - \pi_t) \tag{2}$$

Para obtener el sistema de 2 ecuaciónes differenciales (como estamos en tiempo continuo) tenemos que utilizar la definition de *expectativas extrapolativas* (que viene como la condition del ejercicio):

$$\pi_t^e = \pi_{t-1} \tag{3}$$

Ahora utilizamos (1),(2) y (3) para construir el sistema de 2 ecuaciónes en diferencias en π_{t+1} y u_{t+1}. Adelantamos las ecuaciones un periodo:

$$\pi_{t+1} = h\pi^e_{t+1} - \beta(u_{t+1} - \bar{u}) \tag{1}$$

$$u_{t+1} - u_t = -k(m - \pi_{t+1}) \tag{2}$$

$$\pi^e_{t+1} = \pi_t \tag{3}$$

Sustituimos π^e_{t+1} dada en (3) en (1):

$$\pi_{t+1} = h\pi_t - \beta(u_{t+1} - \bar{u})$$

Hemos obtenido el sistema:

$$\begin{aligned} \pi_{t+1} &= h\pi_t - \beta(u_{t+1} - \bar{u}) \\ u_{t+1} - u_t &= -k(m - \pi_{t+1}) \end{aligned} \tag{*}$$

en las variables π y u.

Para poder analizar el sistema obtenida ponemos todos terminos que contienen las variables a parte de la derecha de ecuaciónes y todos terminos que son constantes con en tiempo en parte a la izquerda de ecuacion:

$$\begin{aligned} \pi_{t+1} - h\pi_t + \beta u_{t+1} &= \beta\bar{u} \\ u_{t+1} - u_t - k\pi_{t+1} &= -km \end{aligned}$$

El sistema en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta \\ -k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_t \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta\bar{u} \\ -km \end{bmatrix} \tag{**}$$

Las **integrales particulares** podemos obtener imponiendo la condición

$$\begin{aligned} \pi_{t+1} = \pi_t = \pi_p \\ u_{t+1} = u_t = u_p \end{aligned}$$

que significa que las variables no cambian con el tiempo. Dado esta condición reescribimos el sistema (*):

$$\begin{aligned} \pi_p &= h\pi_p - \beta(u_p - \bar{u}) \\ u_p - u_p &= -k(m - \pi_p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_p &= m \\ u_p &= \bar{u} - \frac{1-h}{\beta} m \end{aligned}$$

Las integrales particulares definen los valores de las variables a las cuales el sistema converge a lo largo del tiempo en el caso en el que el sistema es estable y converge.

Para analizar la convergencia del sistema tenemos que considerar la ecuación caracteristica del sistema.

La **ecuación caracteristica** *en tiempo discreto* viene dada en forma

$$|bA + K| = 0$$

donde las matrices A y K vienen de la forma matricial del sistema (**):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ -k & 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -h & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

La ecuación caracteristica en este caso:

$$\left| b \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ -k & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} b & \beta b \\ -kb & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} b-h & \beta b \\ -kb & b-1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\begin{aligned} (b-h)(b-1) + k\beta b^2 &= 0 \\ b^2 - (h+1)b + h + k\beta b^2 &= 0 \\ (1+k\beta)b^2 - (h+1)b + h &= 0 \end{aligned}$$

$$b^2 - \frac{h+1}{1+k\beta}b + \frac{h}{1+k\beta} = 0 \qquad (***)$$

Resolviendo las raices:

$$\begin{aligned} b_{1,2} &= \frac{\frac{h+1}{1+k\beta} \pm \sqrt{\frac{(h+1)^2}{(1+k\beta)^2} - \frac{4h}{1+k\beta}}}{2h} \\ \sqrt{\frac{(h+1)^2}{(1+k\beta)^2} - \frac{4h}{1+k\beta}} &= \sqrt{\frac{h^2 - 2h + 1 - 4hk\beta}{(1+k\beta)^2}} \end{aligned}$$

Si el determinante es negativo => las raices son imaginarios.

En este caso podemos concluir que el sistema converge si la constante de la ecuación (***) es menor que 1:

$$\frac{h}{1+k\beta} < 1 (k > 0, \beta > 0)$$

Si El sistema converge a lo largo del tiempo la convergencia es a los valores dados por las integrales particulares:

$$\lim_{t\to\infty} \begin{pmatrix} \pi_t \\ u_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ \bar{u} - \frac{(1-h)m}{\beta} \end{pmatrix}$$

Dado los valores de variables a cuales el sistema converge, podemos analizar el efecto de politica monetaria a lo largo del tiempo. Un aumento inesperado de la oferta de dinero implica un aumento en tasa de inflación expectativa *y una disminución en tasa de paro* $u_t = \bar{u} - \frac{(1-h)m}{\beta}$. Entonces la politica monetaria tiene efecto real (afecta u_t) en este caso.

Ejercicio 3.
El modelo de Friedman-NAIRU del Dornbusch-Fisher.

$$\begin{aligned} \pi_t - \pi_{t-1} &= \lambda(Y_t - Y_{NRU}), \lambda > 0 \\ Y_t - Y_{t-1} &= \phi(m - \pi_t), \phi > 0 \end{aligned}$$

a). Interpretación de las ecuaciónes del modelo.
Las dos ecuaciónes representan las curvas de oferta y demanda agregada.

OA: Las desviasiones de la expectativa de inflación respeco a la inflación generan que el nivel de producción no coincide con el nivel de producción de plena ocupacción (las expectativas son extrapolativas en este caso ($\pi_t^e = \pi_{t-1}$)).

DA: $m - \pi_t$ representa la tasa de crecimiento de la oferta monetaria en términos reales. Cuando $m - \pi_t > 0$ la tasa de crecimiento de la oferta monetaria en términos reales es positiva, lo que implica que $\frac{M}{P}$ aumenta a lo largo del tiempo. Según el modelo IS-LM la producción aumenta tambien ($Y_t - Y_{t-1}$).

b). El sistema en notación matricial:
Reescribimos todas variables en la derecha de ecuación y todas constantes en la izquierda:

$$\begin{aligned} \pi_t - \pi_{t-1} - \lambda Y_t &= -\lambda Y_{NRU} \\ Y_t - Y_{t-1} + \phi \pi_t &= \phi m \end{aligned} \tag{1}$$

Adelantamos las ecuaciones un periodo:

$$\begin{aligned} \pi_{t+1} - \pi_t - \lambda Y_t &= -\lambda Y_{NRU} \\ Y_{t+1} - Y_t + \phi \pi_{t+1} &= \phi m \end{aligned} \tag{2}$$

La forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\lambda \\ \phi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{t+1} \\ Y_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda Y_{NRU} \\ \phi m \end{bmatrix} \tag{**}$$

c). Las integrales particulares
Las integrales particulares obtenemos en caso cuando cumple la condición:

$$\pi_{t+1} = \pi_t = \pi_p$$
$$Y_{t+1} = Y_t = Y_p$$

Entonces desde (2):

$$\begin{aligned} \pi_p - \pi_p - \lambda Y_p &= -\lambda Y_{NRU} \\ Y_p - Y_p + \phi \pi_p &= \phi m \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
Y_p &= Y_{NRU} \\
\pi_p &= m
\end{aligned}
$$

d) La ecuación caracteristica:
tenemos caso del tiempo discreto:

$$|bA + K| = 0$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\lambda \\ \phi & 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Entonces la ecuación caracteristica:

$$\left| b \begin{bmatrix} 1 & -\lambda \\ \phi & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} b-1 & -\lambda b \\ \phi b & b-1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$
\begin{aligned}
(b-1)(b-1) + \phi b \lambda b &= 0 \\
b^2 - 2b + 1 + \phi b^2 \lambda &= 0 \\
(1+\phi\lambda)b^2 - 2b + 1 &= 0 \\
b^2 - \frac{2}{(1+\phi\lambda)} b + \frac{1}{(1+\phi\lambda)} &= 0
\end{aligned}
$$

e) Analizar la convergencia del sistema
Resolviendo las raices de la ecuación caracteristica:

$$
\begin{aligned}
b_{1,2} &= \frac{\frac{2}{1+\phi\lambda} \pm \sqrt{\frac{4}{(1+\phi\lambda)^2} - \frac{4}{1+\phi\lambda}}}{2} \qquad (***) \\
\sqrt{\frac{4}{(1+\phi\lambda)^2} - \frac{4}{1+\phi\lambda}} &= \sqrt{\frac{4-4-4\phi\lambda}{(1+\phi\lambda)^2}} < 0
\end{aligned}
$$

- el determinante es negativo => las raices son imaginarios.

En este caso podemos concluir que el sistema converge si la constante de la ecuación (***) es menor que 1:

$$\frac{1}{1+\phi\lambda} < 1 (\phi > 0, \lambda > 0)$$

El sistema converge a lo largo del tiempo a los valores dados por las integrales particulares:

$$\lim_{t\to\infty} \begin{pmatrix} \pi_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ Y_{NRU} \end{pmatrix}$$

Dado que las raices de la ecuación caracteristica son imaginarios, el tipo de la trajectoria de los ecuaciónes es *focus.*

f). La interpretación economica de los resultados obtenidos

El sistema de dos ecuaciónes en diferencias (2) representa en comportamiento de la economia como la interrelación de oferta agregada y demanda agregada. A lo largo del tiempo en caso cuando no hay shocks la economia converge al estado estacionario con el nivel de producción en plena ocupacción, las expectativas del inflación iguales a la inflación actual igual a la oferta monetaria nominal m. Observa que un cambio de la politica monetaria no tiene efecto al nivel de la producción a lo largo del tiempo ($Y_t = Y_{NRU}$), entonces la politica monetaria en este caso no tiene efecto real.

Ejercicio 4.

El modelo de la NAIRU con interes en tiempo discreto.

Las ecuaiónes de salario y de precio

$$\begin{aligned} w_t - p_t^e &= \gamma_0 - \gamma_1 u_t - \gamma_2 u_{t-1} \\ p_t - w_t^e &= \beta_0 - \beta_1 u_t \end{aligned}$$

a) Suponiendo errores de expectativas simetricos, la curva agregada en términos de la tasa de inflación y la tasa de paro?

Para obtener la curva de oferta agregada del modelo NAIRU, sumamos las ecuaciónes de salario y de precio:

$$\begin{aligned} w_t - p_t^e + p_t - w_t^e &= \gamma_0 - \gamma_1 u_t - \gamma_2 u_{t-1} + \beta_0 - \beta_1 u_t \\ w_t - w_t^e + p_t - p_t^e &= \gamma_0 + \beta_0 - (\gamma_1 + \beta_1) u_t - \gamma_2 u_{t-1} \end{aligned}$$

dividiendo por $\gamma_1 + \beta_1$:

$$\frac{w_t - w_t^e + p_t - p_t^e}{\gamma_1 + \beta_1} = \frac{\gamma_0 + \beta_0}{\gamma_1 + \beta_1} - u_t - \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \beta_1} u_{t-1}$$

Denotamos $\frac{\gamma_0+\beta_0}{\gamma_1+\beta_1} = u^*$(la tasa de paro natural).

Dado los mismos errores en la formación de expectativas, $w_t - w_t^e = p_t - p_t^e$, tenemos:

$$\frac{2(p_t - p_t^e)}{\gamma_1 + \beta_1} = u^* - u_t - \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \beta_1} u_{t-1}$$

$$p_t - p_t^e = \frac{\gamma_1 + \beta_1}{2}(u^* - u_t) - \frac{\gamma_2}{2} u_{t-1}$$

Haciendo $\theta_1 = \frac{\gamma_1+\beta_1}{2}, \theta_2 = \frac{\gamma_2}{2}$ obtenemos:

$$p_t - p_t^e = -\theta_1(u_t - u^*) - \theta_2 u_{t-1}$$

Para obtener la ecuación en términos de la tasa de inflación sumamos y rectamos p_{t-1}:

$$\begin{aligned} p_t - p_{t-1} - p_t^e + p_{t-1} &= -\theta_1(u_t - u^*) - \theta_2 u_{t-1} \\ p_t - p_{t-1} - (p_t^e - p_{t-1}) &= -\theta_1(u_t - u^*) - \theta_2 u_{t-1} \end{aligned}$$

en términos de la tasa de inflación:

$$\pi_t - \pi_t^e = -\theta_1(u_t - u^*) - \theta_2 u_{t-1}$$

que es la curva de oferta adregada.

b) Suponiendo las expectativas extrapolativas y la ecuación de demanda agregada del modelo de NAIRU

escribir el sistema ennotación matricial

El supuesto de las expectativas extrapolativas:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}$$

La ecuación de la demanda agregada de NAIRU:

$$u_t - u_{t-1} = -k(m - \pi_t)$$

Para resolver el sistema falta la curva de la oferta agregada.

Utilizamos la curva de la oferta agregada obtenida en apartado a):

$$\pi_t - \pi_t^e = -\theta_1(u_t - u^*) - \theta_2 u_{t-1}$$

Sustituimos la definition de las expectativas extrapolativas:

$$\pi_t - \pi_{t-1} = -\theta_1(u_t - u^*) - \theta_2 u_{t-1}$$

Hemos obtenido el sistema:

$$\begin{aligned} \pi_t - \pi_{t-1} &= -\theta_1(u_t - u^*) - \theta_2 u_{t-1} \\ u_t - u_{t-1} &= -k(m - \pi_t) \end{aligned}$$

Adelantamos las ecuaciones un periodo:

$$\begin{aligned} \pi_{t+1} - \pi_t &= -\theta_1(u_{t+1} - u^*) - \theta_2 u_t \\ u_{t+1} - u_t &= -k(m - \pi_{t+1}) \end{aligned}$$

Reescribimos todas variables en la derecha de ecuación y todas constantes en la izquierda:

$$\begin{aligned} \pi_{t+1} - \pi_t + \theta_1 u_{t+1} + \theta_2 u_t &= \theta_1 u^* \\ u_{t+1} - u_t - k\pi_{t+1} &= -km \end{aligned} \tag{1}$$

La forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & \theta_1 \\ -k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & \theta_2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_t \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 u^* \\ -km \end{bmatrix} \tag{**}$$

c). Las integrales particulares

Las integrales particulares obtenemos en caso cuando cumple la condición:

$$\pi_{t+1} = \pi_t = \pi_p$$
$$u_{t+1} = u_t = u_p$$

Entonces desde (1):

$$\begin{aligned} \pi_p - \pi_p + \theta_1 u_p + \theta_2 u_p &= \theta_1 u^* \\ u_p - u_p - k\pi_p &= -km \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_p &= m \\ u_p &= \frac{\theta_1}{\theta_1+\theta_2} u^* = \frac{\frac{\gamma_1+\beta_1}{2}}{\frac{\gamma_1+\beta_1}{2}+\frac{\gamma_2}{2}} \frac{\gamma_0+\beta_0}{\gamma_1+\beta_1} = \frac{\gamma_0+\beta_0}{\gamma_1+\beta_1+\gamma_2} \end{aligned}$$

d) La ecuación caracteristica:
tenemos caso del tiempo discreto:

$$|bA + K| = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \theta_1 \\ -k & 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 & \theta_2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \left| b \begin{bmatrix} 1 & \theta_1 \\ -k & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & \theta_2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ \left| \begin{bmatrix} b & \theta_1 b \\ -kb & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & \theta_2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ \left| \begin{bmatrix} b-1 & \theta_1 b + \theta_2 \\ -kb & b-1 \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ (b-1)(b-1) + kb(\theta_1 b + \theta_2) &= 0 \\ (1+k\theta_1)b^2 - 2b + 1 + k\theta_2 &= 0 \\ b^2 - \frac{2}{1+k\theta_1} b + \frac{1+k\theta_2}{1+k\theta_1} &= 0 \end{aligned}$$

Las raices caracteristicas:

$$b_{1,2} = \frac{\frac{2}{1+k\theta_1} \pm \sqrt{\frac{4}{(1+k\theta_1)^2} - \frac{4(1+k\theta_2)}{1+k\theta_1}}}{2}$$

Suponiendo que $b_{1,2}$ son imaginarios, la condición que tiene que cumplir para que las trayectorias convergen a las integrales particulares es

$$\frac{1+k\theta_2}{1+k\theta_1} < 1$$

e). Suponiendo que hay convergencia, las variables a lo largo del tiempo vienen dados por

$$\begin{aligned}\pi_t &= m \\ u_t &= \frac{\gamma_0 + \beta_0}{\gamma_1 + \beta_1 + \gamma_2}\end{aligned}$$

Entonces un aumento en γ_2 no tiene ningun efecto en la tasa de inflación y provoca una disminución en tasa de paro.