Macroeconomía Avanzada
Soluciones Tema 4

Pregunta 1. Si el mercado de trabajo es competitivo el salario de equilibrio viene dado por la igualdad de oferta y demanda en el mercado de trabajo. Recuerda que la demanda de trabajo viene dada por

$$L^d(W) = \left(\frac{w}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} = \left(\frac{W}{aAP}\right)^{\frac{1}{a-1}}.$$

De ahí que si $L^d = L^s$:

$$\left(\frac{W}{aAP}\right)^{\frac{1}{a-1}} = Z\left(\frac{W}{P_e}\right)^{\phi} \Rightarrow W^* = \left[ZP_e^{-\phi}(aAP)^{\frac{1}{a-1}}\right]^{\frac{a-1}{a-1-\phi(a-1)}}.$$

Sustituyendo en la oferta de trabajo:

$$L^s(W^*) = Z\left(\left[ZP_e^{-\phi}(aAP)^{\frac{1}{a-1}}\right]^{\frac{a-1}{a-1-\phi(a-1)}} P_e^{-1}\right)^{\phi} = Z^{\frac{1}{1-\phi(a-1)}}(aA)^{\frac{\phi}{1-\phi(a-1)}}\left(\frac{P}{P_e}\right)^{\frac{\phi}{1-\phi(a-1)}}.$$

Dado que $L^s(W^*) = L^d(W*) = L(W^*)$ y definiendo $\bar{L} = Z^{\frac{1}{1-\phi(a-1)}}(aA)^{\frac{\phi}{1-\phi(a-1)}}$:

$$L(W^*) = \bar{L}\left(\frac{P}{P_e}\right)^{\frac{\phi}{1-\phi(a-1)}}.$$

Por tanto en equilibrio la producción será:

$$Y^* = A\bar{L}^a\left(\frac{P}{P_e}\right)^{\frac{a\phi}{1-\phi(a-1)}} = \bar{Y}\left(\frac{P}{P_e}\right)^{\frac{a\phi}{1-\phi(a-1)}}.$$

Tomando logaritmos obtenemos la curva de oferta de Lucas:

$$y = \bar{y} + \frac{a\phi}{1-\phi(a-1)}(p-p_e) = \bar{y} + \alpha(p-p_e).$$

Pregunta 2. El productor busca el óptimo de L_i para maximizar

$$\frac{P_iL_i}{P} - L_i^{\gamma}.$$

La condición de primer orden y la solución al problema del productor:

$$\frac{P_i}{P} = \gamma L_i^{\gamma-1} \Rightarrow L_i^* = \left(\frac{P_i}{\gamma P}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Reemplazando la solución en la función de producción y utilizando $P_e = P$:

$$Y_i^* = \left(\frac{P_i}{\gamma P_e}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \gamma^{-\frac{1}{\gamma-1}}\left(\frac{P_i}{P_e}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \bar{Y}\left(\frac{P_i}{P_e}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Tomando logaritmos obtenemos la curva de oferta individual:

$$y_i = \bar{y} + \frac{1}{\gamma-1}(p_i-p_e) = \bar{y} + \alpha(p_i-p_e)$$

Si $P_i = P$ para todo i, entonces suponiendo que tenemos N productores en la economía:

$$Y = N\bar{Y}\left(\frac{P_i}{P_e}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow y_i = \tilde{y} + \alpha(p_i-p_e),$$

con $\tilde{y} = n + \bar{y}$.

Pregunta 3. Si $W = \omega P$ entonces la demanda de trabajo en equilibrio es

$$L^d = \frac{\bar{L}P}{\omega P_e}.$$

De ahí que si la producción viene dada por $Y = AL^a$ tenemos

$$Y = A\left(\frac{\bar{L}P}{\omega P_e}\right)^a = A\left(\frac{\bar{L}}{\omega}\right)^a\left(\frac{P}{P_e}\right)^a = \bar{Y}\left(\frac{P}{P_e}\right)^a.$$

Tomando logaritmos:

$$y = \bar{y} + a(p - p_e).$$

Pregunta 4. Consideramos primero el caso de m determinístico. Supongamos que las ecuaciones que han sido utilizadas por los agentes para hacer la predicción son:

$$y^s = \bar{y} + (p - p_e)$$
$$p + y^d = m + v,$$

pero la oferta monetaria verdadera en vez de ser m es $\bar{m}$. El equilibrio en el mercado significa que $y^d = y^s = y$, por lo que podemos escribir nuestro sistema anterior como

$$y = \bar{y} + (p - p_e)$$
$$p + y = m + v.$$

El supuesto de expectativas racionales implica que el individuo en un marco determinístico espera que $p_e = p$, por tanto también $y = \bar{y}$. De la segunda ecuación obtenemos entonces

$$p = m + v - \bar{y}.$$

De ahí que el precio esperado debe ser también $p_e = m + v - \bar{y}$. Reemplazando esta expresión en la función de oferta agregada:

$$y = \bar{y} + (p - m - v + \bar{y})$$

Si el precio verdadero viene dado por $p = \bar{m} + v - y$, entonces

$$y = \bar{y} + (\bar{m} + v - y - m - v + \bar{y}) \iff y = \bar{y} + \frac{\bar{m} - m}{2}.$$

Sustituyendo esta expresión en el precio verdadero:

$$p = \bar{m} + v - y = \bar{m} + v - \bar{y} - \frac{\bar{m} - m}{2}.$$

Substrayendo el precio esperado $p_e = m + v - \bar{y}$ de esta expresión:

$$p - p_e = \bar{m} - m - \frac{\bar{m} - m}{2} = \frac{\bar{m} - m}{2}.$$

Este es el error en la predicción del funcionamiento de la economía. Si la información de los individuos es correcta, es decir $m = \bar{m}$, entonces su predicción es correcta. El caso en que $y^s = p - p_e$ es idéntico con $\bar{y} = 0$.

Consideramos ahora el caso de m estocástico. Ahora el supuesto de expectativas racionales implica que $p_e = E(p)$. De ahí que del sistema

$$y = \bar{y} + (p - p_e)$$
$$p + y = m + v.$$

obtenemos

$$p = m + v - \bar{y} - (p - E(p)).$$

La esperanza de p es por tanto:

$$E(p) = E(m) + v - \bar{y} - (E(p) - E(E(p))) = E(m) + v - \bar{y},$$

ya que $E(E(p)) = E(p)$. Reemplazando esta expresión en la función de oferta agregada:

$$y = \bar{y} + (p - E(m) - v + \bar{y})$$

Por la ecuación de demanda sabemos que $p = m + v - y$, entonces

$$y = \bar{y} + (m + v - y - E(m) - v + \bar{y}) \iff y = \bar{y} + \frac{m - E(m)}{2}.$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación de demanda:

$$p = m + v - y = m + v - \bar{y} - \frac{m - E(m)}{2}.$$

Substrayendo el precio esperado $p_e = E(p) = E(m) + v - \bar{y}$ de esta expresión:

$$p - p_e = m - E(m) - \frac{m - E(m)}{2} = \frac{m - E(m)}{2}.$$

Este es el sesgo en la predicción del funcionamiento de la economía. El caso en que $y^s = p - p_e$ es idéntico con $\bar{y} = 0$.

Pregunta 5.

Pregunta 6.

(a) El modelo viene dado por las ecuaciones de oferta y demanda:

$$y = \bar{y} + (p - p_e) + \varepsilon_o$$
$$p + y = m + v + \varepsilon_d.$$

El supuesto de expectativas racionales implica $p_e = E(p)$. Podemos reescribir la primera ecuación como

$$y = \bar{y} + (p - E(p)) + \varepsilon_o$$

y utilizar esta expresión en la segunda ecuación para obtener

$$p = m + v + \varepsilon_d - y = m + v + \varepsilon_d - \bar{y} - (p - E(p)) - \varepsilon_o.$$

Tomando la esperanza matemática de p:

$$E(p) = E(m) + v + E(\varepsilon_d) - \bar{y} - (E(p) - E(E(p))) - E(\varepsilon_o) = E(m) + v - \bar{y}.$$

(b) Reemplazando el resultado anterior en la función de oferta agregada:

$$y = \bar{y} + (p - E(m) - v + \bar{y}) + \varepsilon_o$$

y sustituyendo p de la ecuación de demanda:

$$y = \bar{y} + (m + v + \varepsilon_d - y - E(m) - v + \bar{y}) + \varepsilon_o.$$

Reorganizando términos obtenemos la producción:

$$y = \bar{y} + \frac{m - E(m) + \varepsilon_d + \varepsilon_o}{2}.$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación de demanda obtenemos el nivel de precios:

$$p = m + v + \varepsilon_d - \bar{y} - \frac{m - E(m) + \varepsilon_d + \varepsilon_o}{2}.$$

Finalmente substrayendo $p_e = E(m)+v-\bar{y}$ de esta expresión encontramos el error de expectativas:

$$p - p_e = m - E(m) + \varepsilon_d - \frac{m - E(m) + \varepsilon_d + \varepsilon_o}{2} = \frac{m - E(m) + \varepsilon_d - \varepsilon_o}{2}.$$

(c) Si $W = \Omega P_e$ entonces el salario real es

$$\frac{W}{P} = \Omega P_e/P \Rightarrow \ln(W/P) = \omega + p - p_e.$$

Sustituyendo $p - p_e$ por nuestro resultado del apartado anterior:

$$\ln(W/P) = \omega + \frac{m - E(m) + \varepsilon_d - \varepsilon_o}{2}.$$

De ahí que la demanda de trabajo viene dada por:

$$L^d = \frac{\bar{L}}{W/P} \Rightarrow l^d = \bar{l} - \ln(W/P) = \bar{l} - \omega - \frac{m - E(m) + \varepsilon_d - \varepsilon_o}{2}.$$

(d) La demanda de trabajo en este caso es $L^d = \bar{L}/\Omega$, o expresada en logaritmos: $l^d = \bar{l} - \omega$. Igualmente, podemos expresar oferta y demanda como

$$y^s = k + \varepsilon_o + l^d = k + \varepsilon_o + \bar{l} - \omega$$
$$y^d - p = m + v + \varepsilon_d.$$

Si hay equilibrio en el mercado de producto entonces $y^s = y^d = y$, y podemos escribir el sistema como

$$y = k + \varepsilon_o + \bar{l} - \omega$$
$$y = p + m + v + \varepsilon_d.$$

Dado que $\bar{Y} = K\bar{L}/\Omega$ entonces $\bar{y} = k + \bar{l} - \omega$, por lo que podemos escribir la oferta agregada como

$$y = \bar{y} + \varepsilon_o.$$

Substituyendo este resultado en la ecuación de demanda obtenemos el nivel de precios:

$$\bar{y} + \varepsilon_o = p + m + v + \varepsilon_d \iff p = \bar{y} + \varepsilon_o - m - v - \varepsilon_d.$$

Dado que el salario real y la demanda de trabajo están dados por constantes, los choques de oferta y demanda y la política monetaria no les afectan. El nivel de producción de la economía sólo se ve afectado por choques de oferta. Los choques de demanda así como la política monetaria sólo afectan el nivel de precios.

Pregunta 7.

(a) El sistema que describe a la economía es

$$\pi = \pi^e - \theta(u - u^*)$$
$$u - u^* = -\lambda(\bar{m} - \pi).$$

Bajo el supuesto de expectativas racionales, $\pi^e = \pi$. Por tanto para el individuo la ecuación de oferta implica que $u = u^*$. Sustituyendo en la ecuación de demanda obtenemos que $u - u^* = 0$ y por tanto $\bar{m} = \pi = \pi^e$.

(b) Si la tasa de crecimiento de la masa monetaria es en realidad m, entonces la ecuación de demanda verdadera es

$$u - u^* = -\lambda(m - \pi).$$

Sustituyendo la inflación desde la ecuación de oferta:

$$u - u^* = -\lambda(m - \pi^e + \theta(u - u^*)).$$

Dado que $\pi^e = \bar{m}$, la tasa de paro es:

$$u - u^* = -\lambda(m - \bar{m} + \theta(u - u^*)) \iff u = u^* - \frac{\lambda}{1 + \lambda\theta}(m - \bar{m}).$$

Substituyendo en la ecuación de oferta obtenemos el error de predicción:

$$\pi - \pi^e = \frac{\lambda\theta}{1 + \lambda\theta}(m - \bar{m}),$$

y por tanto la tasa de inflación es efectivamente

$$\pi = \bar{m} + \frac{\lambda\theta}{1 + \lambda\theta}(m - \bar{m}).$$

La política monetaria tiene efectos reales puesto que si los agentes predicen erróneamente el nivel de inflación se producirá un desajuste temporal en el nivel de precios que aumenta la oferta por encima de su nivel "natural".

(Los apartados c y d son redundantes).