Macroeconomía Avanzada
Soluciones Tema 2

Pregunta 1.

(a) Recuerda del tema anterior que la demanda de trabajo del monopolista viene dada por:

$$L^d = \left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}$$

donde $m = \frac{\sigma}{1-\sigma}$ el grado de poder de monopolista. El problema del sindicato es:

$$\begin{aligned}
\max_w \quad \Pi_s &= (1-\tau)wL + s(N-L) = \\
&= L((1-\tau)w - s) + sN \\
c.p.o.: \frac{d\Pi_s}{dw} &= \frac{dL(w)}{dw}((1-\tau)w - s) + (1-\tau)L(w) = 0 \\
\frac{dL(w)}{dw} &= \frac{1}{a-1}\left(\frac{m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} w^{\frac{1}{a-1}-1}
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{a-1}\left(\frac{m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} w^{\frac{1}{a-1}-1}((1-\tau)w - s) + (1-\tau)\left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} = 0$$

$$((1-\tau)w - s) + (1-\tau)(a-1)w = 0$$

Finalmente:

$$w^* = \frac{s}{a(1-\tau)}$$

(b) Recuerda del tema anterior que la demanda de trabajo de la empresa competitiva viene dada por:

$$L^d = \left(\frac{w}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}$$

El sindicato maximiza:

$$\begin{aligned}
\max_w \Pi_s &= ((w-s)L)^\beta (F(L) - wL)^{1-\beta} = \\
&= ((w-s)L)^\beta (AL^a - wL)^{1-\beta} = \\
&= ((w-s))^\beta L^{\beta+1-\beta}((AL^{a-1} - w)^{1-\beta} = \\
&= ((w-s))^\beta L((AL^{a-1} - w)^{1-\beta}
\end{aligned}$$

Para simplificar solución consideramos:

$$\begin{aligned}
\max_w \ln\ \Pi_s &= \ln[((w-s))^\beta L((AL^{a-1} - w)^{1-\beta}] = \\
&= \beta \ln(w-s) + \ln L + (1-\beta)\ln(AL^{a-1} - w)
\end{aligned}$$

$$c.p.o.: \quad \frac{d\Pi_s}{dw} = \frac{\beta}{w-s} + \frac{L'}{L} + \frac{(1-\beta)((a-1)AL^{a-2}L' - 1)}{AL^{a-1} - w} = 0$$

Simplificamos:

$$\frac{L'}{L} = \frac{\frac{1}{a-1} w^{\frac{1}{a-1}-1} \left(\frac{1}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}}{\left(\frac{w}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}} = \frac{1}{(a-1)w}$$

Sustituyendo en las c.p.o.:

$$\frac{\beta}{w-s}+\frac{1}{(a-1)w}+\frac{(1-\beta)((a-1)A(\frac{w}{aA})^{\frac{a-2}{a-1}}\frac{1}{a-1}w^{\frac{1}{a-1}-1}(\frac{1}{aA})^{\frac{1}{a-1}}-1)}{A\frac{w}{aA}^{\frac{a-1}{a-1}}-w}=0$$
$$\frac{\beta}{w-s}+\frac{1}{(a-1)w}+\frac{(1-\beta)(A(\frac{w}{aA})^{1-\frac{1}{a-1}}w^{\frac{1}{a-1}-1}(\frac{1}{aA})^{\frac{1}{a-1}}-1)}{A\frac{w}{aA}-w}=0$$
$$\frac{\beta}{w-s}+\frac{1}{(a-1)w}+\frac{(1-\beta)(A(\frac{1}{aA})-1)}{\frac{w}{a}-w}=0$$
$$\frac{\beta}{w-s}+\frac{1}{(a-1)w}+\frac{(1-\beta)(\frac{1}{a}-1)}{w(\frac{1}{a}-1)}=0$$
$$\frac{\beta}{w-s}+\frac{1}{(a-1)w}+\frac{(1-\beta)}{w}=0$$

Finalmente:

$$(a-1)w\beta+w-s+(1-\beta)(w-s)(a-1)=0$$
$$w^{*}=s(1-\beta)+\frac{s\beta}{a}$$

(c) El sindicato maximiza:

$$\begin{aligned}\max_{w}\ \Pi_s &= wL+s(N-L)=\\ &= wL+\Psi Y(N-L)=\\ &= wL+\Psi AL^{a}(N-L)=\\ &= wL+\Psi AL^{a}N-\Psi AL^{a+1}\end{aligned}$$
$$c.p.o.:\frac{d\Pi_s}{dw}=L+wL'+a\Psi AL^{a-1}NL'-(a+1)\Psi AL^{a}L'=0$$
$$1+w\frac{L'}{L}+a\Psi AL^{a-1}N\frac{L'}{L}-(a+1)\Psi AL^{a}\frac{L'}{L}=0,$$

donde

$$\frac{L'}{L}=\frac{\frac{1}{a-1}w^{\frac{1}{a-1}-1}(\frac{1}{aA})^{\frac{1}{a-1}}}{(\frac{w}{aA})^{\frac{1}{a-1}}}=\frac{1}{(a-1)w}$$

Reemplazando en las c.p.o.:

$$1+\frac{1}{(a-1)}+a\Psi AL^{a-1}N\frac{1}{(a-1)w}-(a+1)\Psi AL^{a}\frac{1}{(a-1)w}=0$$

$$\frac{a-1+1}{(a-1)}+\frac{a\Psi A\frac{w}{aA}N}{(a-1)w}-\frac{(a+1)\Psi A(\frac{w}{aA})^{\frac{a}{a-1}}}{(a-1)w}=0$$

$$\frac{a}{(a-1)}+\frac{\Psi N}{(a-1)}-\frac{(a+1)\Psi A(\frac{w}{aA})^{\frac{1}{a-1}}\frac{1}{aA}}{(a-1)}=0$$

$$a+\Psi N=(a+1)\Psi\left(\frac{w}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}\frac{1}{a}$$

$$\left(\frac{w}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}=\frac{a(a+\Psi N)}{(a+1)\Psi}$$

$$\Rightarrow w^{*}=aA\left(\frac{(a+1)\Psi}{a(a+\Psi N)}\right)^{1-a}$$

(d) Recuerda que en las soluciones del tema anterior demostramos que:

$$L^{d}=\left(\frac{(1+c)mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}$$

El problema del sindicato:

$$\begin{aligned}\max_{w}\quad \Pi_s &= (1-\tau)wL+s(N-L)=\\ &= L((1-\tau)w-s)+sN\end{aligned}$$

$$c.p.o.:\frac{d\Pi_s}{dw}=\frac{dL(w)}{dw}((1-\tau)w-s)+(1-\tau)L(w)=0$$

$$\frac{dL(w)}{dw}=\frac{1}{a-1}\left(\frac{(1+c)m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}w^{\frac{1}{a-1}-1}$$

$$\frac{1}{a-1}\left(\frac{(1+c)m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}w^{\frac{1}{a-1}-1}((1-\tau)w-s)+(1-\tau)\left(\frac{(1+c)mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}=0$$

$$((1-\tau)w-s)+(1-\tau)(a-1)w=0$$

$$w^{*}=\frac{s}{a(1-\tau)}$$

Ya que la empresa es monopolista, su precio cambia con un aumento en c:

$$\frac{dL(w)}{dc}=\frac{1}{a-1}\left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}(1+c)^{\frac{1}{a-1}-1}<0\iff c\uparrow\Rightarrow L\downarrow$$

$$P=\left(\frac{\bar{Y}}{Y^{d}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}=\left(\frac{\bar{Y}}{AL^{a}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\frac{dP}{dL}=-a\frac{1}{\sigma}\left(\frac{\bar{Y}}{A}\right)^{\frac{1}{\sigma}}L^{-a\frac{1}{\sigma}-1}<0\iff L\downarrow,\Rightarrow P\uparrow$$

$$w=\frac{W}{P}\Rightarrow P\uparrow\Rightarrow w\downarrow.$$

Juntando todas las piezas:

$$c\uparrow\Rightarrow L\downarrow,\Rightarrow P\uparrow\Rightarrow w\downarrow$$

Pregunta 2. Calculamos las ganancias reales:

$$\Pi = P(Y)Y - WL \Rightarrow \frac{\Pi}{P} = Y - wL = AL^a - wL.$$

Sabemos que para el monopolista:

$$L^d = \left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}},$$

por tanto

$$\frac{\Pi}{P} = A\left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{a}{a-1}} - w\left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} = \left(\frac{w^a}{A}\right)^{\frac{1}{a-1}}\left[\left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{a}{a-1}} - \left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}}\right].$$

(Nota que la expresión entre corchetes debe ser positiva para que los beneficios reales sean positivos). Los efectos de un cambio en A vienen dados por:

$$\frac{\partial(\Pi/P)}{\partial A} = -\frac{1}{a-1}\left(\frac{w}{A}\right)^{\frac{a}{a-1}}\left[\left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{a}{a-1}} - \left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}}\right] > 0$$

puesto que $a < 1$, por tanto $A \uparrow \Rightarrow \frac{\Pi}{P} \uparrow$. Los efectos de un cambio en w vienen dados por:

$$\frac{\partial(\Pi/P)}{\partial w} = \frac{a}{a-1}\left(\frac{w}{A}\right)^{\frac{1}{a-1}}\left[\left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{a}{a-1}} - \left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}}\right] < 0$$

porque $a < 1$. Por tanto: $w \uparrow \Rightarrow \frac{\Pi}{P} \downarrow$. Finalmente, los efectos de un cambio en m vienen dados por:

$$\frac{\partial(\Pi/P)}{\partial m} = \frac{1}{a-1}\left(\frac{w^a}{A}\right)^{\frac{1}{a-1}}\left[\left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{a}{a-1}-1} - \frac{1}{a}\left(\frac{m}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}-1}\right] =$$

$$= \frac{1}{a-1}\left(\frac{w^a}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}\left[m^{\frac{1}{a-1}} - m^{\frac{2-a}{a-1}}\right] < 0,$$

Para demostrar ésto último hay que demostrar que

$$m^{\frac{1}{a-1}} - m^{\frac{2-a}{a-1}} > 0 \iff \frac{1}{a-1}\ln m > \frac{2-a}{a-1}\ln m.$$

Dado que $m = \dfrac{\sigma}{\sigma-1} > 1$ (pues suponemos $\sigma > 1$) podemos escribir esta condición como

$$\frac{1}{a-1} > \frac{2-a}{a-1} \iff 1 < 2-a \iff a < 1,$$

tal y como hemos supuesto. Por tanto: $m \uparrow \Rightarrow \frac{\Pi}{P} \downarrow$ (por qué afecta los beneficios reales del monopolio un aumento del poder de monopolio?).

Si ahora además tenemos un sindicato monopolista, sabemos que $w = \frac{s}{a(1-\tau)}$. Por tanto, una reducción en A no afecta el salario real, pero sí afecta negativamente la demanda de trabajo, pues

$$\frac{dL^d}{dA} = \frac{1}{1-a}A^{\frac{a}{1-a}}\left(\frac{mw}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}} > 0.$$

Por tanto un choque negativo de oferta afecta a los empresarios que ven reducidos sus beneficios reales y a aquellos trabajadores que pierden su empleo, no así al resto de trabajadores que mantienen el mismo nivel de ingresos reales.

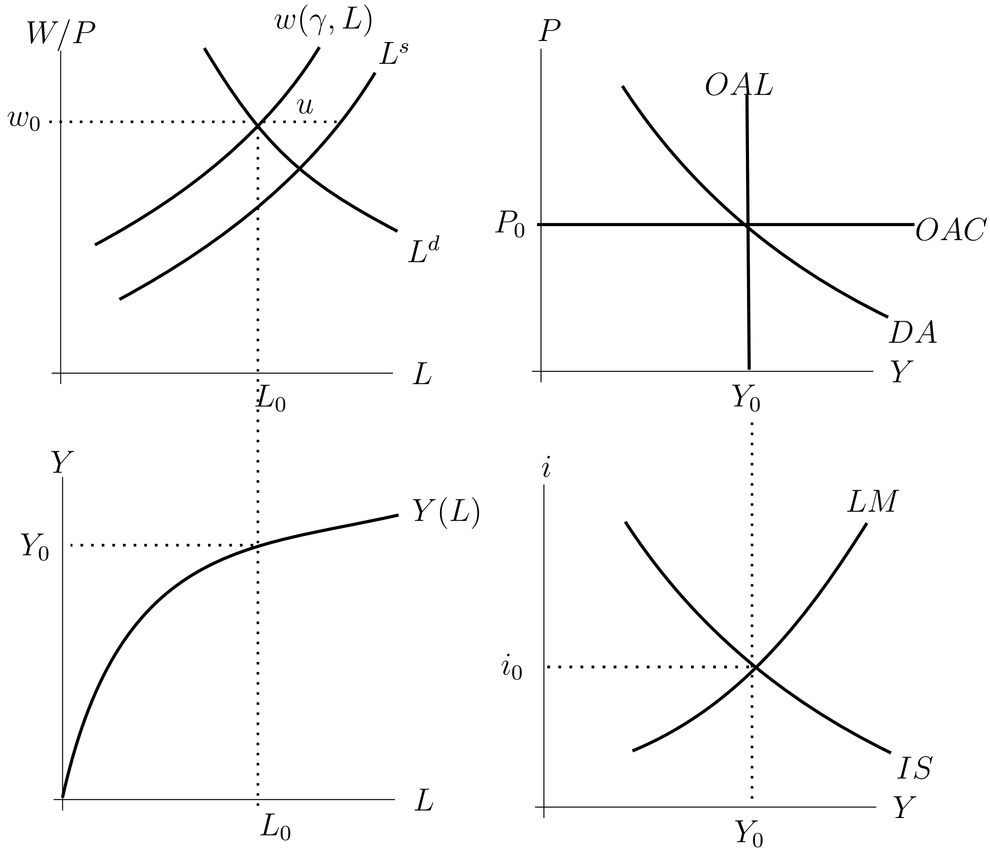
Pregunta 3.

Pregunta 4.

Pregunta 5.

(a) La determinación de las variables en este modelo se ilustra en la figura 1. En la esquina superior izquierda tenemos el mercado de trabajo, en el que se determina el nivel de empleo. Debajo de esta figura, el nivel de empleo determina el nivel de producción en la economía. Este nivel determina los componentes de la demanda agregada así como la demanda de dinero en el gráfico IS-LM de la esquina inferior derecha, donde se determina la demanda agregada. Finalmente en el cuadro superior derecho se determina el nivel de precios para el cual la demanda y la oferta agregadas son iguales. En esta ilustración la economía se encuentra en un equilibrio de corto y largo plazo. A continuación analizamos cómo reacciona este equilibrio ante cambios en algunas de las variables del modelo.

Figura 1. Determinación de variables en modelo con desempleo.



Supongamos inicialmente que hay un descenso en el subsidio de paro. Esto significa que los trabajadores pierden poder de negociación ante los empresarios y están dispuestos a ofrecer la misma cantidad de trabajo a un menor salario real (un aumento en γ), por lo que la curva de salarios se desplazaría hacia la derecha. Esto conduciría a un descenso en el salario real w y un aumento en el nivel de empleo en equilibrio. En el panel inferior este aumento en el empleo se traduciría en un aumento en el nivel de producción de la economía. Este a su vez incrementaría la demanda de consumo e inversión por lo que la economía se desplazaría hacia la derecha a lo largo de la curva IS, aumentando el nivel de demanda agregada. Dado que s es un parámetro estructural de la economía, un cambio en s afecta la capacidad de producción “natural”, por lo que tenemos un desplazamiento de la curva de oferta agregada a largo plazo hacia la derecha donde se ajusta a la demanda agregada y al nuevo nivel de Y en equilibrio, con un descenso en el nivel de precios que desplaza la curva LM hacia la derecha, reduciendo los tipos de interés y así reestableciendo el equilibrio en el sistema IS-LM. En resumen:

$$s \downarrow \Rightarrow w \downarrow, L \uparrow \Rightarrow Y \uparrow \Rightarrow P \downarrow \Rightarrow i \downarrow$$

Esta política favorece claramente a los empresarios pues disminuyen los salarios que pagan, y desfavorece a los trabajadores que estaban desempleados antes del cambio como a aquéllos que siguen desempleados (pues se reduce su subsidio), pero favorece potencialmente a aquellos parados que encuentran un empleo tras este cambio (si el salario real no baja tanto que está por debajo del nivel inicial del subsidio).

Recuerda que la demanda laboral de la empresa monopolística en un modelo con pagos a seguridad social viene dada por

$$L^d = \left(\frac{(1+c)mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}.$$

Por tanto un descenso en c o en m tendrá cualitativamente el mismo efecto sobre L^d. Dado que $a < 1$, este efecto será un aumento en la demanda de trabajo, por lo que en nuestro gráfico dicha curva se desplaza hacia la derecha, incrementando el nivel de empleo y el salario real. El incremento en el nivel de empleo lleva a un aumento en el nivel de producción y este a su vez a un aumento en la demanda agregada. Dado que se trata de un cambio estructural en la economía, aumenta el nivel natural de producción mediante un desplazamiento de la oferta agregada a largo plazo hacia la derecha, por lo que se reduce el nivel de precios. Esto significa que la oferta monetaria M/P aumenta y por tanto tenemos un desplazamiento hacia la derecha de la curva LM hacia el nuevo valor de equilibrio de Y, con un tipo de interés más bajo:

$$m \downarrow (\text{o } c \downarrow) \Rightarrow w \uparrow, L \uparrow \Rightarrow Y \uparrow \Rightarrow P \downarrow \Rightarrow i \downarrow$$

Una reducción en el poder de monopolio desfavorece claramente a la empresa que debe producir más y vender a menor precio, lo que favorece a los trabajadores que ven un aumento en su salario real así como del nivel de empleo.

En cuanto a una expansión fiscal o monetaria, recuerda que estas no tienen efectos a largo plazo sobre el nivel de producción de la economía o sobre el salario real, por lo que sólo pueden afectar el mercado laboral en el corto plazo. En ambos casos se produciría un aumento temporal del empleo y la producción, desplazando hacia la derecha la demanda de trabajo, produciendo una subida en el salario real. Sin embargo sabemos que con el tiempo este tipo de políticas producen un incremento en el nivel de precios que devuelve el salario real y el nivel de producción de la economía a sus valores iniciales.

(b) Si $Y = AL$ el problema del monopolista viene dado por maximizar:

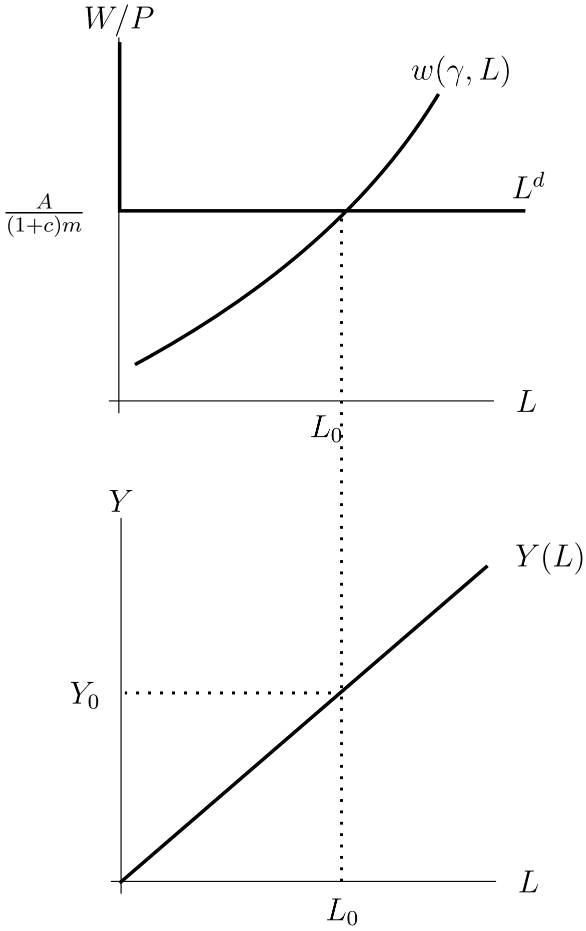
$$\Pi = PY - (1+c)WL = \left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^{\frac{1}{\sigma}} Y - (1+c)WL = \bar{Y}^{\frac{1}{\sigma}}(AL)^{1-\frac{1}{\sigma}} - (1+c)WL$$

donde recuerda que utilizamos $P = (\bar{Y}/Y)^{1/\sigma}$. La condición de primer orden correspondiente es:

$$\frac{1}{m}\bar{Y}^{\frac{1}{\sigma}}(AL)^{-\frac{1}{\sigma}}A - (1+c)W = 0 \iff \frac{1}{m}PA = (1+c)W$$

dividiendo ambos lados por P obtenemos la condición $w = A/m(1+c)$, que es independiente de L. Por tanto, cuando se cumple que el salario real es igual a $A/m(1+c)$, la demanda de trabajo es óptima para cualquier valor de L^d. Pero si $w < A/m(1+c)$ entonces $L^d = \infty$ y si $w > A/m(1+c)$ entonces $L^d = 0$. Ilustramos este caso en la figura 2. La diferencia más importante respecto al caso

Figura 2. Determinación de variables cuando $Y = AL$.



anterior se da en el caso de una reducción en el subsidio de paro. Ahora este cambio produciría un aumento en el nivel de empleo sin causar un descenso en el nivel del salario real. En general, esto es lo que sucede con cambios que mueven la curva de salarios (cambios en γ). Los efectos de un cambio que desplace a la demanda de trabajo son en cambio cualitativamente idénticos a los de la parte (a).

Pregunta 6. El análisis de este ejercicio es muy similar al de la pregunta anterior y podemos utilizar el gráfico de la figura 1 para explicar los efectos de choques sobre la oferta y la demanda. En el primer caso, un choque de oferta (por ejemplo, si $Y = AL^a$, una reducción en A) reduce el nivel de producción a cada valor de L, por lo que tendríamos que la curva de producción en el panel izquierdo inferior se desplaza hacia abajo. Dado que esto reduce Y, en el gráfico superior (el mercado de trabajo) la demanda de trabajo se desplaza hacia la izquierda. En la gráfica superior derecha tenemos un desplazamiento de la oferta agregada a largo plazo (la producción "natural" de la economía) se desplaza hacia la izquierda, por lo que el nivel de precios tiende al alza, reduciendo la oferta real de dinero en la economía y desplazando la curva LM hacia la izquierda hasta restablecer el equilibrio en el sistema IS-LM.

El segundo caso, el de un choque negativo a la demanda agregada por una disminución en las expectativas de crecimiento, se inicia con un desplazamiento hacia la izquierda de la curva IS y de la demanda agregada, lo que a corto plazo reduce los niveles de producción, demanda de trabajo, y salario real. Con el tiempo sin embargo, el nivel de precios baja y la demanda agregada vuelve a su nivel natural, al igual que la demanda de trabajo y el salario real. En el sistema IS-LM se produce un desplazamiento hacia la derecha de la curva LM por un aumento en M/P, por lo que se reducen los tipos de interés. Esto es lo que finalmente compensa la reducción en las expectativas de crecimiento y hace que la demanda agregada retorne a su nivel inicial.

Pregunta 7.

(a) La eficiencia de costes implica: $\frac{1}{k}K = \frac{1}{n}L$ o $\frac{n}{k}K = L$, pues de esta forma no se desperdician recursos.

(b) El problema de la empresa es:

$$\max_{Y,L,K} \quad PY - WL \quad \text{s.a.} \quad K \leq \bar{K}, \quad Y = \min\left\{\frac{1}{k}K, \frac{1}{n}L\right\}.$$

Sabemos por la pregunta anterior que la empresa escogerá $L = \frac{n}{k}K$, por lo que podemos reescribir el problema de la empresa como

$$\max_{K} \quad P\frac{1}{k}K - W\frac{n}{k}K = \frac{1}{k}K\,(P - nW) \quad \text{s.a.} \quad K \leq \bar{K}.$$

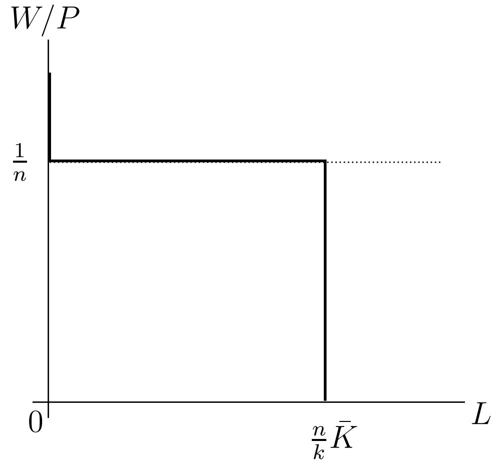
Por tanto para maximizar sus beneficios la empresa elige la siguiente política de capital:

$$\begin{array}{ll} K = \bar{K}, & \text{si } 1/n > W/P; \\ K \in (0, \bar{K}), & \text{si } 1/n = W/P; \\ K = 0, & \text{si } 1/n < W/P. \end{array}$$

(c) Consecuentemente la demanda de trabajo viene dada por la siguiente expresión y está representada en la figura 3:

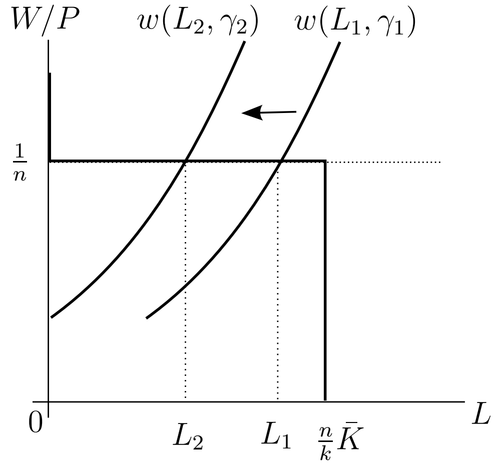
$$\begin{array}{ll} L = \frac{n}{k}\bar{K}, & \text{si } 1/n > W/P; \\ L \in (0, \frac{n}{k}\bar{K}), & \text{si } 1/n = W/P; \\ L = 0, & \text{si } 1/n < W/P. \end{array}$$

Figura 3. Demanda de trabajo.



(d) Si el sindicato persigue una política de rentas[1] una bajada en γ provocaría una reducción de la oferta de trabajo a todo nivel salarial, por lo que la curva de salarios se desplazaría a la izquierda como se muestra en la figura 4. Esto conllevaría a una reducción del nivel de empleo que sin embargo no afecta el nivel de salario real, pues nos encontramos en una porción donde la demanda de trabajo es infinitamente elástica: un aumento mínimo del salario real provocaría el descenso de la demanda de trabajo a cero. Dado que se reduce el nivel de empleo en equilibrio, también se reduce la producción Y (un desplazamiento de la curva IS hacia la izquierda), por lo que bajarían los tipos de interés.

Figura 4. Efectos de una política de rentas (I).

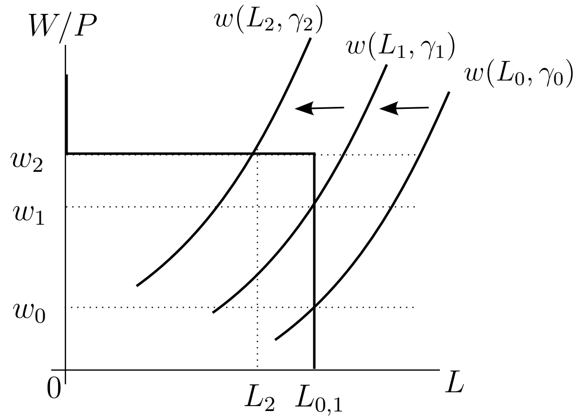


(e) Si ahora nos encontramos con el equilibrio en la parte vertical de la curva de demanda de trabajo, una política de rentas induce un cambio en el salario real tal como se muestra en la figura 5. Los empresarios están dispuestos a demandar el mismo nivel de trabajo a cualquier nivel salarial por debajo de $1/n$, por lo que el aumento en w no afecta el nivel de empleo. Sin embargo si la política de rentas del sindicato va demasiado lejos la economía se encontrará nuevamente en la parte horizontal de L^d y nos encontraremos en el caso del apartado anterior. En el primer caso dado que el nivel de empleo es constante, también lo es la producción, por lo que el cambio no afecta los tipos de interés. Lo que sucede en este caso es que hay una redistribución de las rentas, desde los empresarios hacia los trabajadores.

(f) El caso de la plena ocupación de recursos se da cuando la curva de oferta de trabajo corta la sección vertical de la curva de demanda de trabajo, pues entonces $K = \bar{K}$. Cuando este es el caso una política de rentas no tiene efecto alguno sobre el nivel de empleo hasta cierto punto en el que el salario real llega a ser igual a $1/n$. A partir de ese momento una política de rentas tiene el efecto de reducir el nivel de empleo (y de reducir la utilización de capital por debajo de su nivel de eficiencia).

[1]Recuerda: el parámetro γ captura características que afectan la determinación salarial tal como i) variables institucionales del mercado laboral: subsidio de desempleo, costos de despido, sistema de negociación, poder de negociación de los sindicatos, impuestos sobre los trabajadores; ii) variables institucionales del mercado de producto: grado de monopolio que, en determinados casos afecta la negociación salarial; iii) variables productivas que afecten la elasticidad de la demanda; iv) variables que determinen el esfuerzo.

Figura 5. Efectos de una política de rentas (II).



Pregunta 8.

(a) El programa del sindicato consiste en resolver $\max_w (w-s)L^\eta$, lo que da la condición de promer orden:

$$L^\eta + (w-s)\eta L^{\eta-1}L' = 0 \iff 1 = -(w-s)\eta\frac{L'}{L}.$$

Multiplicamos cada lado de la igualdad por w y reorganizamos:

$$w - s\eta w\frac{L'}{L} = -w\eta w\frac{L'}{L} \iff w + s\eta\epsilon_{L,w} = w\eta\epsilon_{L,w}$$

donde $\epsilon_{L,w} = -wL'/L$ es la elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al salario real. Despejando w obtenemos:

$$w = -\frac{s\eta\epsilon_{L,w}}{1-\eta\epsilon_{L,w}}$$

(b) Sabemos por la pregunta 2a del tema anterior que para el monopolista la demanda de trabajo es $L^d = (mw/aA)^{1/(a-1)}$ elasticidad viene dada por $\epsilon_{L,w} = 1/(1-a)$.

(c) Reemplazando esta elasticidad en el resultado anterior:

$$w = -\frac{s\eta/(1-a)}{1-\eta/(1-a)} = -\frac{s\eta}{1-a-\eta}$$

Por tanto:

$$\frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{\eta}{1-a-\eta}; \qquad \frac{\partial w}{\partial A} = \frac{\partial w}{\partial m} = 0;$$

$$\frac{\partial w}{\partial \eta} = -\frac{s+s\eta}{(1-a-\eta)^2} = -\frac{s(1+\eta)}{(1-a-\eta)^2} < 0.$$

El signo de la primera de estas derivadas es incierto y depende del valor de $a+\eta$. Para el nivel de empleo:

$$\frac{\partial L}{\partial m} = \frac{1}{a-1}\left(\frac{w}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} m^{\frac{1}{a-1}-1} < 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial s} = \frac{\partial L}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{1}{a-1}\left(\frac{m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} w^{\frac{1}{a-1}-1}\frac{\eta}{1-a-\eta}(< 0 \text{ si } a+\eta > 1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = \frac{\partial L}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial \eta} = -\frac{1}{a-1}\left(\frac{m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} w^{\frac{1}{a-1}-1}\frac{s+s\eta}{(1-a-\eta)^2} > 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial A} = -\frac{1}{a-1}\left(\frac{wm}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}} A^{-\frac{1}{a-1}-1} > 0.$$

(d) Por los resultados obtenidos en el ejercicio 2d de la práctica anterior (sólo cambia en la notación c por τ_e) sabemos que la demanda laboral será igual a

$$L^d = \left(\frac{m}{aA}(1+\tau_e)w\right)^{\frac{1}{a-1}},$$

El problema del sindicato es:

$$\max_w \quad ((1-\tau_w)w - s)L^\eta$$

con c.p.o.:

$$(1-\tau_w)L^\eta + ((1-\tau_w)w - s)\eta L^{\eta-1}L' = 0$$
$$(1-\tau_w) = -((1-\tau_w)w - s)\eta\frac{L'}{L}.$$

Multiplicamos cada lado de la igualdad por w y reorganizamos:

$$(1-\tau_w)w - s\eta w\frac{L'}{L} = -(1-\tau_w)w\eta w\frac{L'}{L}$$
$$(1-\tau_w)w + s\eta\epsilon_{L,w} = (1-\tau_w)w\eta\epsilon_{L,w}$$

Despejando w obtenemos:

$$w = -\frac{s\eta\epsilon_{L,w}}{(1-\tau_w)(1-\eta\epsilon_{L,w})} = -\frac{s\eta}{(1-\tau_w)(1-a-\eta)}$$

dado que la elasticidad no cambia por la introducción de los impuestos. Por tanto:

$$\frac{\partial w}{\partial \tau_e} = 0 \qquad \frac{\partial w}{\partial \tau_w} = \frac{s\eta}{(1-\tau_w)^2(1-a-\eta)} > 0$$

y

$$\frac{\partial L}{\partial \tau_e} = \frac{1}{a-1}(1+\tau_e)^{\frac{1}{a-1}-1}\left(\frac{1}{aA}w\right)^{\frac{1}{a-1}} < 0,$$
$$\frac{\partial L}{\partial \tau_w} = \frac{\partial L}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial \tau_w} = \frac{1}{a-1}\left(\frac{m}{aA}(1+\tau_e)\right)^{\frac{1}{a-1}} w^{\frac{1}{a-1}-1}\frac{\partial w}{\partial \tau_w} < 0.$$

(e) Dados resultados de apartado (c):

$$L^d = \left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} \qquad w = \frac{s\eta}{\eta + a - 1}$$

Ahora:

$$w = \frac{\Psi Y}{a} = \frac{\Psi A L^a}{a}$$

$$L^d = \left(\frac{mw}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} = \left(\frac{m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}\left(\frac{\Psi A L^a}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}} = \left(\frac{m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}\left(\frac{\Psi A}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}} L^{d\frac{a}{a-1}}$$
$$\Rightarrow L^{-\frac{1}{a-1}} = \left(\frac{m}{aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}\left(\frac{\Psi A}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}}$$
$$\Rightarrow L = \left(\frac{m}{aA}\frac{\Psi A}{a}\right)^{-1} = \frac{a^2}{m\Psi}$$
$$\Rightarrow w = a^{2a-1}\Psi^{1-a}Am^{-a}$$

Por tanto w y L cambian de la siguiente forma con variaciones en los parámetros del modelo:

◇ $m \uparrow \Rightarrow L \downarrow \Rightarrow w \downarrow$:

$$\frac{dL}{dm} = -\frac{a^2}{m^2\Psi} < 0 \qquad \frac{dw}{dL} = a\frac{\Psi L^{a-1}}{a} > 0$$

◇ $A \uparrow \Rightarrow w \uparrow, L = const.$

◇ $\Psi \uparrow \Rightarrow L \downarrow, w \uparrow$:

$$\frac{dL}{d\Psi} = -\frac{a^2}{m\Psi^2} < 0 \qquad \frac{dw}{d\Psi} = (1-a)\Psi^{-a}\frac{Aa^{2a-1}}{m^a} > 0$$

◇ Ahora m aumenta y $s = const \Rightarrow w = const$, $L \downarrow$:

$$\frac{dL}{dm} = -\frac{a^2}{m^2\Psi} < 0 \qquad w = \frac{s}{a}$$

◇ $A \uparrow, s = const \Rightarrow w = const, L \downarrow$

$$s = sY = sAL^a = const \qquad A \uparrow \Rightarrow L \downarrow$$

◇ Un shock negativo de oferta: Y$\downarrow \Rightarrow w \downarrow, L = const.$

Pregunta 9.

(a) El problema de la empresa precio-aceptante viene dado por:

$$\max_{w,L} \quad \Pi(w, L) = F(e(w)L) - wL.$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial w} = F'(e(w)L)Le'(w) - L = 0 \iff F'(e(w)L)e'(w) = 1$$
$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = F'(e(w)L)e(w) - w = 0 \iff F'(e(w)L)e(w) = w.$$

Despejando F' de la segunda condición y sustituyendo en la primera obtenemos

$$\frac{w}{e(w)}e'(w) = 1$$

Observa que en lado izquierdo de esta ecuación tenemos la elasticidad del esfuerzo respecto al salario.

(b) Suponemos que función de esfuerzo es $e(w) = (\frac{(1-\tau)w-x}{x})^\eta$, por tanto:

$$e'(w) = \eta\frac{1-\tau}{x}\left(\frac{(1-\tau)w - x}{x}\right)^{\eta-1}$$

Sustituyendo en la c.p.o. obtenemos el salario óptimo:

$$w\eta\frac{1-\tau}{x}\left(\frac{(1-\tau)w - x}{x}\right)^{\eta-1} = \left(\frac{(1-\tau)w - x}{x}\right)^{\eta}$$
$$w\eta\frac{1-\tau}{x} = \frac{(1-\tau)w - x}{x}$$
$$w^* = \frac{x}{(1-\tau)(1-\eta)}$$

y el nivel de esfuerzo correspondiente:

$$e(w^*) = \left(\frac{(1-\tau)\frac{x}{(1-\tau)(1-\eta)} - x}{x}\right)^\eta = \left(\frac{\frac{1}{1-\eta} - 1}{1}\right)^\eta = \left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^\eta$$

(c) Suponemos que $Y = A(eL)^a$, por tanto

$$F'(e(w)L) = Aa(eL)^{a-1}$$

Sustituyendo en las condiciones de primer orden:

$$Aa(eL)^{a-1}e = w \Rightarrow L^* = \left(\frac{w}{e^a aA}\right)^{\frac{1}{a-1}}$$

- $\diamond$ Efectos de un aumento en τ: $\tau \uparrow \to w \uparrow \to L \downarrow$.

$$\frac{dw}{d\tau} = -\frac{x(-(1-\eta))}{(1-\tau)^2(1-\eta)^2} = \frac{x}{(1-\tau)^2(1-\eta)} > 0$$

Observa que

$$\frac{dL}{dw} = \frac{1}{a-1}\left(\frac{1}{e^a aA}\right)^{\frac{1}{a-1}} w^{\frac{1}{a-1}-1} < 0.$$

Por tanto:

$$\frac{dL}{d\tau} = \frac{dL}{dw}\frac{dw}{d\tau} < 0$$

- $\diamond$ Efectos de un aumento en x : $x \uparrow \to w \uparrow \to L \downarrow$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{(1-\tau)(1-\eta)} > 0$$
$$\frac{dL}{dx} = \frac{dL}{dw}\frac{dw}{dx} < 0$$

- $\diamond$ Efectos de un aumento en A: $A \uparrow \to L \uparrow, w = const.$

$$\frac{dw}{dA} = 0$$
$$\frac{dL}{dA} = \frac{\partial L}{\partial A} + \frac{\partial L}{\partial w}\frac{dw}{dA} = -\frac{1}{a-1}\left(\frac{1}{e^a a}\right)^{\frac{1}{a-1}} A^{-\frac{1}{a-1}-1} > 0$$

(d) Suponemos que $x = (1-bu)(1-\tau)w_a$, donde w_a es el salario alternativo:

$$w^* = \frac{x}{(1-\tau)(1-\eta)} = \frac{(1-bu)(1-\tau)w_a}{(1-\tau)(1-\eta)}$$

Si todas las empresas pagan el mismo salario $w^* = w_a$ entonces:

$$\frac{(1-bu)(1-\tau)}{(1-\tau)(1-\eta)} = 1$$
$$1 - bu = 1 - \eta \Rightarrow u = \frac{\eta}{b}$$

(e) Ahora $x = us + (1-u)(1-\tau)w_a$, por tanto:

$$w^* = \frac{us + (1-u)(1-\tau)w_a}{(1-\tau)(1-\eta)}$$
$$w^* = w_a \Rightarrow \frac{us + (1-u)(1-\tau)w}{(1-\tau)(1-\eta)} = w$$
$$us + (1-u)(1-\tau)w = w(1-\tau)(1-\eta)$$
$$us = w(1-\tau)(1-\eta-1+u)$$
$$w = \frac{us}{(1-\tau)(u-\eta)}$$

Efectos de un cambio en u:

$$\frac{dw}{du} = \frac{s(1-\tau)(u-\eta) - us(1-\tau)}{(1-\tau)^2(u-\eta)^2} = -\frac{s}{(1-\tau)(u-\eta)^2} < 0$$

(f) Analizamos el caso anterior para $s = cw_a$. Ahora

$$w^* = \frac{ucw_a + (1-u)(1-\tau)w_a}{(1-\tau)(1-\eta)}$$
$$w^* = w_a \Rightarrow \frac{ucw + (1-u)(1-\tau)w}{(1-\tau)(1-\eta)} = w$$
$$uc + (1-u)(1-\tau) = (1-\tau)(1-\eta)$$
$$uc = (1-\tau)(1-\eta-1+u)$$
$$uc = (1-\tau)(u-\eta)$$
$$u = \frac{(1-\tau)\eta}{(1-\tau)-c}$$

(g) Ahora $x = \Psi Y$, por tanto

$$w = \frac{\Psi Y}{(1-\tau)(1-\eta)} = \frac{\Psi A L^a}{(1-\tau)(1-\eta)}$$

Recuerda que $L = \left(\frac{w}{e^a a A}\right)^{\frac{1}{a-1}}$, sustituyendo L en w:

$$w = \frac{\Psi A \left(\frac{w}{e^a a A}\right)^{\frac{a}{a-1}}}{(1-\tau)(1-\eta)} \iff w = A\left(\frac{\Psi}{(1-\tau)(1-\eta)}\right)^{1-a}(e^a a)^a$$

Sustituyendo el resultado en L:

$$L = \left(\frac{A\left(\frac{\Psi}{(1-\tau)(1-\eta)}\right)^{1-a}(e^a a)^a}{e^a a A}\right)^{\frac{1}{a-1}} = \frac{(1-\tau)(1-\eta)e^a a}{\Psi}$$

◇ Efectos de un cambio en A:

$$\frac{dw}{dA} = \left(\frac{\Psi}{(1-\tau)(1-\eta)}\right)^{1-a}(e^a a)^a > 0 \qquad \frac{dL}{dA} = 0$$

$\diamond$ Efectos de un cambio en τ:

$$\frac{dw}{d\tau} = (1-a)(1-\tau)^{a-2} A \left(\frac{\Psi}{1-\eta}\right)^{1-a} > 0 \, (e^a a)^a$$

$$\frac{dL}{d\tau} = -\frac{(1-\eta)e^a a}{\Psi} < 0$$