

## Respuestas a la Lista de Problemas 7

### I. Preguntas con justificación

1. Considera dos bienes  $x$  e  $y$  cuyos precios son  $p_x$  y  $p_y$  respectivamente. Encuentra el valor del bien  $x$  en términos del valor del bien  $y$ . Sabiendo que  $p_x = 1/2p_y$ , discute qué bien es más valioso.

La respuesta a la primera pregunta consiste en determinar la relación de intercambio entre los bienes  $x$  y  $y$ , es decir “cuantas unidades del bien  $y$  puedo conseguir con una unidad del bien  $x$ ”. Una unidad de  $x$  cuesta (o es equivalente) a  $p_x$ . Dividiendo esta magnitud por  $p_y$  obtenemos el número de unidades del bien  $y$  que podemos obtener a cambio de una unidad de  $x$ . Por tanto, el valor de  $x$  en términos de  $y$  es  $p_x/p_y$ .

En la segunda parte de la pregunta nos dicen que  $p_x/p_y = 1/2$ , es decir, con una unidad de  $x$  obtenemos solamente media unidad de  $y$ , de forma que el bien  $x$  es menos valioso que el bien  $y$ , exactamente “la mitad” de valioso.

2. Imagina que una familia posee 10 unidades del bien  $x$  y 15 unidades del bien  $y$ , cuál es valor de la riqueza de la familia?. Considera también una segunda familia que posee 3 unidades del bien  $x$  y 25 unidades del bien  $y$ .Cuál de las dos familias es más “rica”? (toma como dados los precios del ejercicio 1).

Seguro que recuerdas de tus cursos de primaria que no podemos “sumar peras con manzanas”, y este es justamente el problema que debemos resolver para responder a la primera pregunta del ejercicio. La solución consiste en expresar el valor de todos los bienes en relación a un único bien. A este bien de referencia lo denominamos comunmente *numerario*. Observa que cuando hacemos este tipo de transformaciones podemos considerar que el precio de ese bien es la unidad: teniendo en cuenta los datos del primer ejercicio, sabemos que el bien  $x$  es “la mitad de valioso (o caro)” que el bien  $y$ , *independientemente de si y cuesta una unidad o dos mil trescientas treinta y tres con 21 centavos* (claro, podríamos suponer que el valor -precio- del numerario es cien o cualquier otro número, pero lo único que conseguiríamos es complicarnos la vida inutilmente). Para continuar con los datos del primer ejercicio, podemos expresar el valor de los bienes de la primera familia en relación al bien  $y$ , de forma que tenemos que su riqueza en términos del bien

$y$  es igual a  $10(1/2) + 15 = 20$ . Para la segunda familia tenemos que su riqueza es igual a  $3(1/2) + 25 = 26.5$ , de forma que claramente la segunda familia es más rica que la primera.

Lo interesante del caso es que no hay ninguna razón para expresar el valor de los bienes en términos del bien  $y$ . ¿Qué ocurriría si expresáramos esos valores en términos del bien  $x$ ? ¿Podríamos llegar a la conclusión de que la primera familia es más rica que la segunda?. Veamos. Para la primera familia tendríamos que en ese caso  $10+15(2)=40$ , mientras que para la segunda tendríamos que  $3+25(2)=53$ . Por tanto no, no importa cual sea el bien numerario que utilicemos para hacer comparaciones de riqueza de este tipo, *mientras utilicemos siempre el mismo numerario*.

**3.** Imagina ahora que las cantidades de los bienes  $x$  e  $y$  que poseen las familias en el ejercicio anterior representan respectivamente, la renta del primer periodo y la renta del segundo periodo de las familias. Teniendo en cuenta tu respuesta a la primera pregunta del ejercicio 1, explica la relación entre el precio relativo de los bienes y el tipo de interés real, y *justifica* tu respuesta.

Tomemos como referencia a la primera familia del ejercicio 2. Esa familia tiene 10 unidades del bien  $x$  y 15 unidades del bien  $y$ , es decir, su renta en el primer periodo es de 10 unidades del bien  $x$  del primer periodo, y su renta del segundo periodo es de 15 unidades del “bien  $x$  del segundo periodo”. Sabemos también que una unidad de  $x$  del primer periodo es la mitad de valiosa que una unidad de  $x$  del segundo periodo, ya que  $p_x/p_y = p_t/p_{t+1} = 1/2$ . Si existiera un banco en el que pudiéramos abrir un depósito por un periodo de tiempo, a cambio de cada unidad de  $x$  del primer periodo nos devolverían media unidad de  $x$  del segundo periodo. Si expresamos el retorno de los ahorros como lo que nos devuelve el banco más el interés en términos de bienes (es decir, el interés real) lo que obtenemos a cambio de cada unidad del bien  $x$  ahorrada es  $1 + i$ . Teniendo en cuenta que  $p_t/p_{t+1} = 1/2$ , ningún banco nos daría mas de media unidad de  $x$  en  $t + 1$  a cambio de una unidad de  $x$  en  $t$ . Si suponemos que hay competencia perfecta entre los bancos, cualquier banco que intentara ofrecer menos de  $1/2$  se quedaría sin clientes, ya que otro banco podría ofrecer exactamente  $1/2$  y se quedaría con todo el mercado de ahorro. Por tanto llegamos a la conclusión de que  $1 + i = p_t/p_{t+1} = 1/2$ . Esta última igualdad indica que el tipo de interés real es esencialmente igual al precio relativo de los bienes. Pensemos un momento si esto tiene sentido. En el ejemplo tenemos que los bienes en el futuro serán mucho más caros que en el presente, de forma que para obtener una unidad del bien  $x$  en el futuro necesitamos dos unidades del bien  $x$  del

presente. ¿Es este el mejor momento para ahorrar?, ¿o sería mejor ahorrar cuando por cada unidad del bien  $x$  del presente obtuvieras dos unidades del bien  $x$  del futuro?. Si, sería mucho mejor ahorrar en este segundo caso.

Observa que en el ejemplo resulta que  $p_t$  es mucho más pequeño que  $p_{t+1}$ , de forma que el tipo de interés real es negativo. Lo que cualquier familia quisiera hacer ante tal situación es endeudarse a cuenta de la renta del segundo periodo para poder aumentar su consumo del primer periodo. En cualquier caso, en macroeconomía es costumbre expresar el valor de los bienes, la riqueza etc. en términos del valor de los bienes del primer periodo en el que los agentes (las familias, las empresas y los gobiernos) pueden tomar decisiones. No cambiaría ningún resultado si expresáramos esas magnitudes en términos del último periodo, o de cualquier otro, solo haríamos nuestra vida un poco más complicada.

## II. Ejercicios Numéricos

1. Considera una familia con la siguiente distribución de rentas:  $y_t = 150$  y  $y_{t+1} = 100$ . Teniendo en cuenta que el tipo de interés real es  $i = 10\%$ , calcula el valor presente de su renta y escribe la restricción presupuestaria intertemporal.

La restricción presupuestaria intertemporal la podemos escribir como

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+i} = y_t + \frac{y_{t+1}}{1+i},$$

de forma que tenemos  $c_t + c_{t+1}/(1+i) = 150 + 100/(1+0.1) = 240.90$ .

2. Supongamos que la familia anterior tiene unas preferencias tales que quiere consumir lo mismo en los dos periodos (es decir, que el plan de consumo que desea realizar es  $c_t = c_{t+1}$ ). Encuentra el consumo y el ahorro que realizará la familia.

De acuerdo con la ecuación anterior tenemos que  $c + c/(1.1) = c(1.1 + 1)/1.1 = 240.90$ , y por tanto,  $c = 126.185$ . Utilizando la restricción presupuestaria del primer periodo ( $c_t + s = y_t$ ), llegamos a la conclusión de que  $s = 23.815$ .

3. Estudia el efecto de un aumento en el tipo de interés real, imagina por ejemplo que  $i = 15\%$ , sobre las decisiones de consumo y ahorro/desahorro de la familia anterior.

Procediendo de forma similar a los anteriores ejercicios, encontramos que  $c = 126.74$ , de forma que su ahorro es  $s = 23.26$ .

4. Estudia el efecto de una disminución en el tipo de interés real, imagina

por ejemplo que  $i = 5\%$ , sobre las decisiones de consumo y ahorro/desahorro de la familia anterior.

En este caso tenemos que  $c = 125.609$  y que  $s = 24.39$ .

Este ejemplo es un poco perverso debido a la combinación de las preferencias con la distribución temporal de las rentas: los agentes quieren consumir lo mismo en cada periodo, pero la renta del primer periodo es mucho mayor que la del segundo. Es posible construir ejemplos todavía más patológicos. Examina tu mismo lo que ocurre con el ahorro si los agentes tienen las mismas preferencias que en el ejercicio pero las rentas son iguales en ambos periodos (debes encontrar que el ahorro siempre es cero, independientemente del tipo de interés).

En general tendemos a observar que las familias ahorran más cuando el tipo de interés real aumenta y ahorran menos cuando éste disminuye.

**5.** Responde los problemas 2, 3 y 4 suponiendo que

a) la familia desea ejecutar un plan de consumo tal que  $c_t = 2c_{t+1}$ .

b) la familia desea ejecutar un plan de consumo tal que  $c_t = 1/2c_{t+1}$ .

La intuición que explica los resultados se basa en los *efectos sustitución y renta* que estudiaste en el curso de Eco-I. Cuando los bienes son *normales*, un aumento en la renta induce a mayor consumo. Sin embargo, cambios en los precios relativos indican que el consumo presente es más caro (o más barato, según el caso) que el consumo futuro, de forma que los agentes tienden a consumir más del bien más barato. En los ejemplos anteriores, un aumento (una disminución) en el ahorro se debe a que el efecto sustitución domina al efecto renta (el efecto renta domina al efecto sustitución).

**6.** De acuerdo con tus resultados anteriores, formula un enunciado indicando los efectos de cambios en el tipo de interés real sobre las decisiones de ahorro/desahorro de las familias dependiendo de si estas son “pacientes” o “impacientes”.

En general observamos que el ahorro aumenta con el tipo de interés y disminuye cuando éste disminuye.

**7.** Imagina una familia con una estructura de rentas  $y_t$  y  $y_{t+1}$  en el primer y segundo periodo respectivamente. Esta familia puede ahorrar a la tasa  $i_a$ , o desahorrar a la tasa  $i_d$ , donde  $i_a < i_d$ . Encuentra la restricción presupuestaria intertemporal y represéntala gráficamente.

En este ejemplo tenemos que

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{i_a} = y_t + \frac{y_{t+1}}{i_a} \text{ si } s \geq 0,$$

y que

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{i_d} = y_t + \frac{y_{t+1}}{i_d} \text{ si } s < 0.$$

Puedes ver una representación gráfica en la figura 1. El punto marcado  $A$  corresponde a las rentas iniciales. Observa que la pendiente de la restricción presupuestaria es distinta si la familia decide ahorrar o si la familia decide desahorrar.

### III. Preguntas de opción múltiple.

1. Ante un aumento en el tipo de interés real:

- a) La restricción presupuestaria intertemporal pasa por encima del punto de las rentas de cada periodo.
- b) La restricción presupuestaria intertemporal pasa por debajo del punto de las rentas de cada periodo.
- c) La restricción presupuestaria intertemporal pasa por el punto de las rentas de cada periodo.**
- d) Ninguna de las anteriores.

2. Considera un corredor de Bolsa el cual debe decidir su plan de inversión entre los siguientes proyectos. A: este proyecto ofrece una renta de 100 en el primer periodo y de 500 en el segundo, y requiere un desembolso inicial de 150. B: el desembolso inicial del proyecto es de 50, y ofrece una renta de 75 durante tres periodos. C: el proyecto requiere un desembolso de 200 en el primer periodo, y ofrece una renta de 300 en el primer periodo y una renta de 500 en el segundo. El proyecto D requiere un desembolso de 1000 en el primer periodo, y ofrece una renta perpetua (un número infinito de periodos) de 50. Teniendo en cuenta que el tipo de interés real es del 10%, el inversionista decidirá invertir en el:

- a) Proyecto A.
- a) Proyecto B.
- a) Proyecto C.**
- a) Proyecto D.

Podemos calcular el valor presente de cada proyecto.

$$VP_A = -150 + 100 + 500/1.1 = 404.54$$

$$VP_B = -50 + 75 + 75/1.1 + 75/(1.1)^2 = 155.163$$

$$VP_C = -200 + 300 + 500/1.1 = 554.54$$

$$\begin{aligned} VP_D &= -1000 + 50 + 50/1.1 + 50/(1.1)^2 + 50/(1.1)^3 + \dots \\ &= -1000 + 50 \left( \sum_{t=0}^{\infty} 1/(1.1)^t \right) = -1000 + 50(11) = -450. \end{aligned}$$

**3.** Imaginemos un gobierno que debe financiar una secuencia de gasto público de  $G_t$  y  $G_{t+1}$  en el primer y segundo periodo respectivamente. Entonces:

- a) Si el tipo de interés real es igual a cero el gobierno preferirá endeudarse en el primer periodo.
- b) Si el tipo de interés es positivo, el gobierno preferirá poner impuestos  $T_t > G_t$ , de forma que realizará un ahorro público el cual podrá utilizar para pagar el gasto del segundo periodo.
- c) Cuando el tipo de interés es igual a cero el gobierno está indiferente entre cualquier combinación de emisión de deuda e impuestos, ya que éste debe satisfacer su restricción presupuestaria intertemporal.
- d) El gobierno está indiferente entre cualquier combinación de emisión de deuda e impuestos para cualquier tipo de interés real, ya que éste debe satisfacer su restricción presupuestaria intertemporal.**