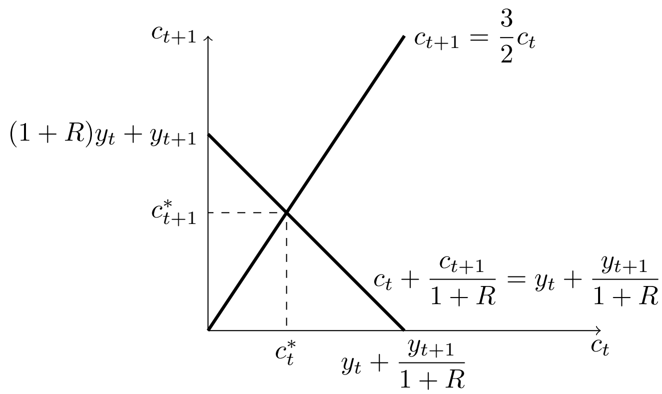
Universitat Autónoma de Barcelona
Introducció a l'Economia, Curs 2008-2009 **Codi: 25026**
Grups: 51, 52, 02, 03, 04

Soluciones Lista de Problemas 10

EJERCICIO 1

En esta economía el tipo de interés es $R = 0,1$. Las preferencias son representadas por la recta $c_{t+1} = \frac{3}{2}c_t$, y conocimos las rentas de la familia en los dos periodos: $y_t = 4000$ y $y_{t+1} = 6300$.

a) Para calcular los consumos óptimos de cada periodo y el relativo ahorro tenemos que encontrar la combinación de consumos en los dos periodos que representa el punto de encuentro entre la recta de las preferencias y la recta de restricción presupuestaria intertemporal:



o sea la solución de este sistema:

$$\begin{cases} c_{t+1} = \frac{3}{2}c_t \\ c_{t+1} = (1+R)y_t + y_{t+1} - (1+R)c_t. \end{cases}$$

que, sustituyendo los valores de R, y_t y y_{t+1}, es equivalente a

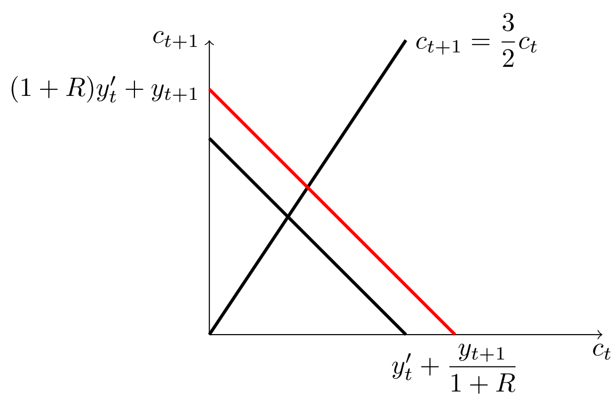
$$\begin{cases} c_{t+1} = \frac{3}{2}c_t \\ c_{t+1} = 10700 - 1,1c_t. \end{cases}$$

Los consumos óptimos son $c^*_t \simeq 4115,38$ y $c^*_{t+1} \simeq 6173,08$. Entonces podemos calcular el ahorro:

$$s^* = y_t - c^*_t = 4000 - 4115,38 = -115,38.$$

El ahorro es negativo, o sea la familia se endeuda, porque la renta presente es menor de la renta futura para una familia que prefiere consumir hoy más que mañana, entonces ese hogar tenderá a transferir renta desde el futuro hacia el presente a través de una deuda.

b) Si la renta en el primer periodo aumenta hasta $y_t' = 5000$, la restricción presupuestaria se desplazará hacia la derecha:



Los nuevos consumos óptimos serán la solución del siguiente sistema:

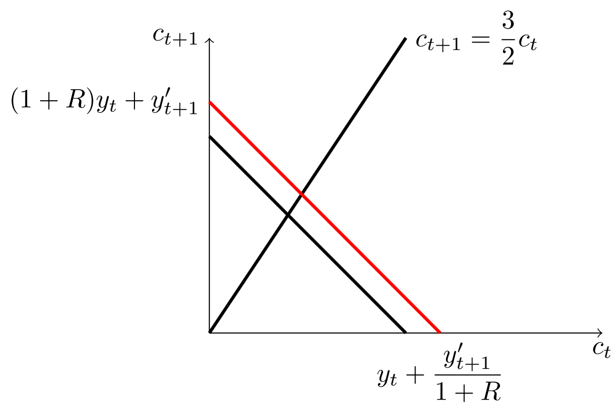
$$\begin{cases} c_{t+1} = \dfrac{3}{2}c_t \\ c_{t+1} = 11800 - 1,1c_t. \end{cases}$$

o sea $c_t^* \simeq 4538,46$ y $c_{t+1}^* \simeq 6807,69$. Entonces el nuevo nivel de ahorro de la familia será:

$$s^* = y_t' - c_t^* = 5000 - 4538,46 = 461,53.$$

Como podemos ver, el ahorro ha aumentado hasta volverse positivo.

c) Si la renta en el segundo periodo aumenta hasta $y_{t+1}' = 7000$ la restricción presupuestaria se desplazará hacia la derecha:



Los nuevos consumos óptimos serán la solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} c_{t+1} = \dfrac{3}{2}c_t \\ c_{t+1} = 11400 - 1,1c_t. \end{cases}$$

o sea $c_t^* \simeq 4384,61$ y $c_{t+1}^* \simeq 6576,92$. Entonces ahora el nivel de ahorro de la familia será:

$$s^* = y_t - c_t^* = 4000 - 4384,61 = -384,61,$$

o sea, la familia se endeuda aún más.

d) Las decisiones de ahorro y endeudamento de la familia cambián con los aumentos de las rentas presente y futura. Primero, si aumenta cualquiera de las rentas, los consumos óptimos presente y futuro aumentan, porque el consumidor tiene más posibilidades de elección bajo su nueva restricción presupuestaria. Segundo, si aumenta la renta hoy el ahorro aumenterá también porque $s = y_t - c_t$ donde c_t aumenta en una medida menor de y_t (el aumento de la renta hoy se distribuye entre mayor consumo hoy y mayor consumo mañana), mientras que si aumenta la renta mañana el ahorro disminuye por cierto porque y_t se queda igual y c_t aumenta.

	efecto sobre c_t	efecto sobre c_{t+1}	efecto sobre s
$y_t \uparrow\uparrow$	$c_t \uparrow$	$c_{t+1} \uparrow$	$y_t - c_t \uparrow$
$y_{t+1} \uparrow\uparrow$	$c_t \uparrow$	$c_{t+1} \uparrow$	$y_t - c_t \downarrow$

Ejercicio 2

Manteniendo los dados del ejercicio precedente, introducimos un gobierno que tiene los siguientes gastos públicos en los dos periodos: $G_t = 500$ y $G_{t+1} = 800$. La restricción presupuestaria del gobierno es

$$G_t + \frac{G_{t+1}}{1+R} = T_t + \frac{T_{t+1}}{1+R},$$

donde T_t son los ingresos fiscales en el primer periodo y T_{t+1} son los del segundo.

"Impuestos proporcionales sobre las rentas" significa que los ingresos fiscales en el primer periodo T_t son un porcentaje t_t de la renta en el primer periodo y_t,

$$T_t = t_t y_t,$$

mientras que los ingresos fiscales en el segundo periodo T_{t+1} son un porcentaje t_{t+1} de la renta en el segundo periodo y_{t+1},

$$T_{t+1} = t_{t+1} y_{t+1}.$$

Además, en el ejercicio nos dicen que el gobierno pondrá el mismo impuesto sobre las dos rentas, o sea que el porcentaje de la renta de la familia que el gobierno se toma como impuestos no cambia entre los dos periodos: $t_t = t_{t+1} = t$. Entonces la recaudación del gobierno en los dos periodos será

$$\begin{cases} T_t = t y_t, \\ T_{t+1} = t y_{t+1}. \end{cases}$$

El ejercicio pide de encontrar el valor de t que satisface la restricción presupuestaria intertemporal. Sostituyendo los valores de G_t, G_{t+1}, T_t, T_{t+1} y R, la restricción arriba se vuelve en:

$$500 + \frac{800}{1,1} = 4000t + \frac{6300t}{1,1} = \left(4000 + \frac{6300}{1,1}\right) t,$$

o sea una ecuación en t, cuya solución es

$$t = \frac{500 + \frac{800}{1,1}}{4000 + \frac{6300}{1,1}} \simeq 0,126 = 12,6\%.$$

Esto significa que el porcentaje de la renta de la familia que va al gobierno como impuestos es $12,6\%$, el restante $100\% - 12,6\% = 87,4\%$ se quedará a disposición de la familia para sus consumos.

De hecho, la restricción presupuestaria intertemporal de la familia no es más

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+R} = y_t + \frac{y_{t+1}}{1+R},$$

sino

$$\begin{aligned}
c_t + \frac{c_{t+1}}{1+R} &= y_t - T_t + \frac{y_{t+1} - T_{t+1}}{1+R} \\
&= y_t - ty_t + \frac{y_{t+1} - ty_{t+1}}{1+R} \\
&= y_t(1-t) + \frac{y_{t+1}(1-t)}{1+R} \\
&= (1-t)\left(y_t + \frac{y_{t+1}}{1+R}\right) \\
&= 0,874\left(4000 + \frac{6300}{1,1}\right) = 8500.
\end{aligned}$$

Expresando c_{t+1} en función de c_t: $c_{t+1} = 9350 - 1,1c_t$. Entonces para encontrar los consumos óptimos de la familia cuando haya impuestos tenemos que resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} c_{t+1} = \dfrac{3}{2}c_t \\ c_{t+1} = 9350 - 1,1c_t, \end{cases}$$

cuya solución es $c_t^* = 3596,15$ y $c_{t+1}^* = 5394,23$. En esa manera el ahorro de la familia ahora es la diferencia entre la *renta disponible*, o sea la renta menos los impuestos, y el consumo presente:

$$s^* = y_t - T_t - c_t^* = 4000 - 4000 \cdot 0,126 - 3596,15 \simeq -100,15.$$

Ejercicio 3

Utilizando los mismos datos sobre rentas, gastos públicos y tipo de interés, consideramos el caso de impuestos sobre las rentas *de suma fija*. Estos no dependen proporcionalmente del nivel de la renta en cada periodo como en el ejercicio precedente, sino que consisten en decisiones arbitrarias del gobierno, bajo el unico vínculo de la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno.

a) En este apartado el gobierno decide imposar un impuesto de $T_t = 500$ en el primer periodo y $T_{t+1} = 800$ en el segundo, de modo que el gasto público en el primer periodo es completamente cubierto por los ingresos fiscales en ese periodo, y el gasto en el segundo periodo es cubierto por los ingresos fiscales del segundo periodo. Esta situación, por la cual el ahorro público, o sea la diferencia entre ingresos y salidas fiscales $T_t - G_t$, es igual a zero, corresponde a la situación de ahorro privado igual a zero en el caso de la elección intertemporal de una familia. Sin embargo, la restricción intertemporal del gobierno es respectada:

$$G_t + \frac{G_{t+1}}{1+R} = 500 + \frac{800}{1,1} = T_t + \frac{T_{t+1}}{1+R}.$$

Para calcular consumos óptimos y ahorro privado tenemos que tener en cuenta la restricción presupuestaria de la familia en presencia de la estructura de impuestos $T_t = 500$ y $T_{t+1} = 800$, o sea

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+R} = y_t - T_t + \frac{y_{t+1} - T_{t+1}}{1+R} = 4000 - 500 + \frac{6300 - 800}{1,1} = 8500.$$

El sistema que tenemos que resolver será entonces

$$\begin{cases} c_{t+1} = \dfrac{3}{2} c_t \\ c_{t+1} = 9350 - 1,1 c_t, \end{cases}$$

el mismo del ejercicio precedente, que daba como resultados $c_t^* = 3596,15$ y $c_{t+1}^* = 5394,23$. Por eso, el ahorro privado será

$$s^* = y_t - T_t - c_t^* = 4000 - 500 - 3596,15 \simeq -96,15.$$

Y el ahorro agregado, o sea la suma entre ahorro público y ahorro privado, será

$$\text{ahorro agregado} = \text{ahorro público} + \text{ahorro privado} = 0 - 96,15 = -96,15.$$

En el ejercicio precedente, el ahorro público era $T_t - G_t = 4000 \cdot 0,126 - 500 = 4$ y el ahorro privado era $s = -100,15$, entonces el ahorro agregado era el mismo e igual a $4 - 100,15 = -96,15$. Esta es la *Equivalencia Ricardiana*, por la cual formas alternativas de financiar una cantidad fija de gasto público (sean impuestos proporcionales o de suma fija por ejemplo) no tienen ningún efecto sobre los agregados económicos. Lo que es importante es el valor presente del gasto público y no la distribución de impuestos en los dos periodos.

La equivalencia ricardiana se cumple en este escenario porque cualquier desbalance del ahorro público es perfectamente compensado por un desbalance igual y contrario del ahorro privado, de modo que el ahorro agregado y los consumos óptimos no son afectados por los cambios en la distribución de los impuestos.

b) Supongamos ahora un gasto adicional de 550 en el segundo periodo con el fin de enviar una ayuda al extranjero. Esto lleva la estructura de gastos públicos a $G_t = 500$ y $G_{t+1} = 1350$. Como operamos todavía en regimen de presupuesto equilibrado, $T_t = G_t = 500$ y $T_{t+1} = G_{t+1} = 1350$. La nueva restricción presupuestaria será

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+R} = y_t - T_t + \frac{y_{t+1} - T_{t+1}}{1+R} = 4000 - 500 + \frac{6300 - 1350}{1,1} = 8000,$$

y el sistema para los consumos óptimos:

$$\begin{cases} c_{t+1} = \frac{3}{2} c_t \\ c_{t+1} = 8800 - 1,1 c_t. \end{cases}$$

Las soluciones son $c_t^* = 3384,61$ y $c_{t+1}^* = 5076,92$. Entonces, el ahorro privado será

$$s^* = y_t - T_t - c_t^* = 4000 - 500 - 3384,61 \simeq -115,39.$$

Y el ahorro agregado, o sea la suma entre ahorro público y ahorro privado, será

$$\text{ahorro agregado} = \text{ahorro público} + \text{ahorro privado} = 0 - 96,15 = -115,39.$$

Tenemos un ahorro agregado menor que antes porque la exigencia de financiar la ayuda al extranjero absorbe el ahorro de la economía para convertirlo en la ayuda.

c) Supongamos ahora que el gobierno quiere mantener la ayuda al extranjero de 550, pero financiando el gasto público relativo en parte con $T_t = 800$ y por la parte restante con un T_{t+1} que satisfaga su restricción presupuestaria intertemporal. Para sacar esta cantidad de ingresos fiscales en el segundo periodo sustituimos los valores del gasto público y de T_t en la restricción:

$$G_t + \frac{G_{t+1}}{1+R} = 500 + \frac{1350}{1,1} = 800 + \frac{T_{t+1}}{1,1}.$$

Entonces, $T_{t+1} = 1020$. La nueva restricción presupuestaria para la familia será:

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+R} = y_t - T_t + \frac{y_{t+1} - T_{t+1}}{1+R} = 4000 - 800 + \frac{6300 - 1020}{1,1} = 8000.$$

Otra vez podemos ver como la equivalencia ricardiana funciona en este modelo: la restricción presupuestaria para la familia es la misma que antes, y sus consumos óptimos serán los mismos, $c_t^* = 3384,61$ y $c_{t+1}^* = 5076,92$. El cambio en la distribución de los impuestos es completamente absorbido por el ahorro: el ahorro privado será $s^* = y_t - T_t - c_t^* = 4000 - 800 - 3384,61 = -184,61$ y el ahorro público $T_t - G_t = 800 - 500 = 300$. El ahorro agregado, como dice la equivalencia ricardiana, no cambiará: $300 - 184,61 = 115,39$. El gobierno, imponendo más impuestos en el primer periodo, genera más ahorro público para cobrir los gastos futuros, pero en el mismo tiempo reduce la disponibilidad financiaria en el presente de la familia, que de hecho ahorra menos.

EJERCICIO 4

Desde las notas de macroeconomia, segunda parte, pag. 12

"Hemos empezado estudiando un modelo en el que la Deuda Publica no tiene ningun efecto sobre los agregados economicos, una economía donde las combinaciones alternativas de imposicion presente y futura (y por tanto de distintos volumenes de emisión de Deuda Publica) no tienen ninguna repercusión sobre la marcha de la economía. Esta propiedad de equivalencia entre diferentes esquemas de financiación del gasto publico se conoce como el Teorema de la Equivalencia Ricardiana.

Este teorema de equivalencia no se cumple siempre. Para que se cumpla son necesarios una serie de condiciones e hipotesis que no todas las economas satisfacen. Si relajamos alguna de las condiciones el teorema de equivalencia deja de cumplirse, de forma que estrategias alternativas de financiar el gasto publico modifican algunos agregados económicos importantes, entre ellos, la función de ahorro y el tipo de interes de equilibrio, y por tanto, el volumen de inversión.

A continuación estudiaremos dos economías sencillas que se adaptan al modelo de dos periodos que hemos estudiado hasta ahora. Mostraremos que en la primera se cumple el Teorema de la Equivalencia Ricardiana, y lo veremos comprobando que bajo esquemas alternativos de financiación del gasto publico no se alteran las magnitudes de las variables agregadas. En la segunda economía los consumidores no pueden endeudarse tanto como desean, es decir, hay restricciones al credito. Bajo estas circunstancias veremos que la cantidad de Deuda Publica emitida por el gobierno tiene efectos sobre importantes agregados económicos."

a) Como tenemos que encontrar la distribución de impuestos que permiten un presupuesto equilibrado por la estructura de gastos públicos $G_t = 500$ y $G_{t+1} = 800$, estamos en el mismo caso que en el ejercicio 3, apartado a). Las soluciones eran $c_t^* = 3596,15$, $c_{t+1}^* = 5394,23$ y $s^* = y_t - T_t - c_t^* = 4000 - 500 - 3596,15 \simeq -96,15$.

b) Si el gobierno quiere disminuir los impuestos en el primer periodo de la mitad, o sea hasta $T_t = 500/2 = 250$, para calcular los impuestos del segundo periodo utilizando la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno:

$$G_t + \frac{G_{t+1}}{1+R} = 500 + \frac{800}{1,1} = 250 + \frac{T_{t+1}}{1,1},$$

o sea

$$T_{t+1} = 500 \cdot 1,1 + 800 - 250 \cdot 1,1 = 1075.$$

La restricción presupuestaria de la familia será

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+R} = y_t - T_t + \frac{y_{t+1} - T_{t+1}}{1+R} = 4000 - 250 + \frac{6300 - 1050}{1,1},$$

o sea

$$c_{t+1} = 9350 - 1,1c_t.$$

Como podemos ver, la restricción presupuestaria de la familia no cambia desde el ejercicio 3a), y los consumos óptimos serán los mismos: $c_t = 3596,15$ y $c_{t+1} = 5394,23$. Lo que cambia es el ahorro privado

$$s^* = y_t - T_t - c_t^* = 4000 - 250 - 3596,15 = 153,85$$

y el ahorro público

$$T_t - G_t = 250 - 500 = -250.$$

La equivalencia ricardiana se cumple en este caso también, porque un cambio en la distribución de los impuestos no ha alterado ni los consumos óptimos ni el ahorro agregado (desde $0 - 96,15 = -96,15$ hasta $-250 + 153,85 = -96,15$). Esto significa que un recorte de los impuestos en cualquier periodo que no sea acompañado por un recorte del gasto público no tiene algún efecto sobre los consumos óptimos (el bienestar) de las familias. La regla es que, como decía el economista estadounidense Milton Friedman, "no hay comidas gratis". Si pagas menos hoy pero tus gastos no cambian, significa que mañana tendrás que pagar la diferencia.

c) Ahora el gobierno multiplica por tres los impuestos del primer periodo, o sea hasta $T_t = 1500$. Para satisfacer la restricción intertemporal, los impuestos del segundo periodo serán menores:

$$T_{t+1} = (1 + R)G_t + G_{t+1} - (1 + R)T_t = 550 + 800 - 1650 = -300.$$

Como podemos ver, obtenimos impuestos negativos, o sea *subvenciónes*. Como el gobierno ahorra mucho en el primer periodo, puede utilizar su ahorro público para distribuirlo en la población en el segundo periodo. Entonces la restricció presupuestaria de la familia será

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1 + R} = 4000 - 1500 + \frac{6300 + 300}{1,1}$$

o sea

$$c_{t+1} = 9350 - 1,1c_t.$$

Este resultado nos lleva a la misma solución de antes para los consumos óptimos. El ahorro privado será

$$s^* = y_t - T_t - c_t^* = 4000 - 1500 - 3596,15 = -1096,15$$

y el ahorro agregado será otra vez $T_t - G_t + s^* = 1500 - 500 - 1096,15 = -96,15$. Entonces la equivalencia ricardiana se cumple en este caso también.

Supongamos ahora que la familia no pueda endeudarse. Esto significa que, aunque su consumo óptimo hoy sea de $c_t^* = 3596,15$, su renta disponible hoy es solamente $y_t - T_t = 4000 - 1500 = 2500$. Como no puede endeudarse para aumentar su consumo más allá de su renta disponible, su consumo hoy será solamente de $c_t = 2500$, o sea igual a su renta disponible. Esto significa también que su ahorro será igual a zero, y entonces su consumo mañana no podrá que ser igual a su renta disponible mañana, $c_{t+1} = y_{t+1} - T_{t+1} = 6300 + 300 = 6600$. Entonces, desde una situación inicial (apartado a)) en la cual la familia consumaba $c_t = 3596,15$ y $c_{t+1} = 5394,23$ se ha pasado a una situación en la cual la familia consuma $c_t = 2500$ y $c_{t+1} = 6600$. Además, si vamos a calcular el ahorro agregado, veremos que $T_t - G_t + s = 1500 - 500 + 0 = 1000$ es diferente de $-96,15$. En este caso entonces la equivalencia ricardiana no se cumple: si la familia no puede endeudarse el ahorro privado no absorbe bastante los cambios en la distribución de los impuestos, causando cambios en los agregados económicos. Esto significa que si como pasa a menudo en la realidad una familia no puede endeudarse cuanto quiera (por ejemplo si tienes un trabajo precario los bancos no se fian en prestarte dinero para una hipoteca), entonces la política fiscal del gobierno puede ayudar (o perjudicar) el bienestar complesivo de las familias.