

BLOC 3: INTRODUCCIÓ A LA PROGRAMACIÓ LINEAL

29. Utilitzeu el mètode gràfic per resoldre els problemes (programes) següents:

$$a) \begin{cases} \text{Max} & 3x + 4y \\ \text{amb} & \\ 3x + 2y & \leq 6 \\ x + 4y & \leq 4 \\ x \geq 0, & y \geq 0 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} \text{Max} & 2x + 5y \\ \text{amb} & \\ -2x + 3y & \leq 6 \\ 7x - 2y & \leq 14 \\ x + y & \leq 5 \\ x \geq 0, & y \geq 0 \end{cases}.$$

30. Té solució el problema

$$\text{Max} \quad x + y \quad \text{s.a.} \quad \begin{cases} -x + y \leq -1 \\ x + 3y \leq 3 \\ x \geq 0, y \leq 0 \end{cases} ?$$

Hi ha solució si la funció objectiu és $f(x, y) = -x - y$?

31. Una empresa produeix dos tipus de productes, un de barat (A) i un de car (B). De la venda de cada producte del tipus A, l'empresa n'obté un benefici de 700 u.m. mentre que, de la venda de cada producte del tipus B, n'obté un benefici 1000 u.m. En la primera etapa de producció, per a cada unitat de producte A calen 3 hores de treball, i en calen 5 per produir una unitat de B. El nombre total d'hores disponibles per a aquesta etapa és de 3900. La segona etapa de producció requereix de 1 hora per a una unitat d'A i de 3 hores per a una unitat de B. El nombre total d'hores disponibles per a aquesta etapa és de 2100. En la darrera i última etapa, calen 2 hores per a cada unitat de cadascun dels dos tipus, i hi ha 2200 hores disponibles. Quina és la producció de cada tipus de producte que maximitza el benefici?
32. Considereu el primer problema d'aquest tema de programació lineal.
- Substituiu la restricció $3x + 2y \leq 6$ per $3x + 2y \leq 7$ i trobeu la nova solució òptima. Trobeu també l'augment de la funció objectiu.
 - Substituiu la restricció $x + 4y \leq 4$ per $x + 4y \leq 5$ i trobeu la nova solució òptima. Trobeu també l'augment de la funció objectiu.
 - Vegeu que si (x, y) és un punt factible en el problema original, llavors la funció objectiu no pot ser mai més gran que $36/5$. (*Ajut:* multipliqueu cada restricció pel corresponent augment de la funció objectiu que heu trobat en els apartats anteriors i sumeu-les.) Quin nom reben els augments de la funció objectiu que heu trobat als apartats (a) i (b)?

33. Considereu el problema

$$\text{Max } 2x + 7y \quad \text{amb} \quad \begin{cases} 4x + 5y \leq 20 \\ 3x + 7y \leq 21 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} .$$

- a) Resoleu-lo pel mètode gràfic.
- b) Escriviu el problema dual corresponent i resoleu-lo gràficament.
- c) Són iguals els valors de les funcions objectiu? Quin resultat garanteix que la resposta a aquesta pregunta sigui afirmativa?

34. Considereu el programa

$$\text{Min } x + 2y \quad \text{amb} \quad \begin{cases} x + 6y \geq 15 \\ x + y \geq 5 \\ -x + y \geq -5 \\ x - 2y \geq -20 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} .$$

- a) Resoleu-lo per un raonament geomètric (gràfic).
- b) Escriviu el problema dual corresponent i trobeu la seva solució.
- c) Què passa amb les variables duals òptimes si la restricció $x + 6y \geq 15$ es canvia per $x + 6y \geq 15.1$?

35. Fent ús de les propietats de dualitat, resoleu el problema

$$\text{Min } x + 2y + z \quad \text{amb} \quad \begin{cases} x + y + z \geq 2 \\ -x + y \geq 1 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases} .$$

36. Considerem el problema de programació lineal(Ex. set 2005)

$$\text{Max } 2x + y + 2z \quad \text{s.a.} \quad \begin{cases} x + 2y + 2z \leq 1 \\ 2x + y + 2z \leq 1 \end{cases}$$

El conjunt de solucions òptimes

- (a) és el conjunt buit.
- (b) té exactament dos punts.
- (c) només és el punt $(0, 0, 0)$.
- (d) conté infinits punts.

37. El seu problema dual associat és (Ex. set 2005):

<p>(a) Min $\lambda + \mu$ s.a. $\lambda + 2\mu \geq 2$ $2\lambda + \mu \geq 1$ $2\lambda + 2\mu \geq 2$ $\lambda \geq 0, \mu \geq 0$</p>	<p>(b) Min $\lambda + \mu$ s.a. $\lambda + 2\mu \leq 2$ $2\lambda + \mu \leq 1$ $2\lambda + 2\mu \leq 2$</p>
<p>(c) Min $\lambda + \mu$ s.a. $\lambda + 2\mu = 2$ $2\lambda + \mu = 1$ $2\lambda + 2\mu = 2$ $\lambda \geq 0, \mu \geq 0$</p>	<p>(d) Min $\lambda + \mu$ s.a. $\lambda + 2\mu \leq 2$ $2\lambda + \mu \leq 1$ $2\lambda + 2\mu \leq 2$ $\lambda \geq 0, \mu \geq 0$</p>

38. El conjunt de solucions òptimes del problema dual (Ex. set 2005)

- (a) és infinit.
- (b) és el conjunt buit.
- (c) es redueix al punt $(\lambda, \mu) = (1, 0)$.
- (d) es redueix al punt $(\lambda, \mu) = (0, 1)$.